

# マルチプロジェクタディスプレイの高解像度化の研究

著者	和田 幹生
学位授与機関	Tohoku University
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10097/34571">http://hdl.handle.net/10097/34571</a>

修士学位論文

マルチプロジェクタディスプレイの  
高解像度化の研究

平成19年度  
(平成20年1月31日提出)

東北大学大学院情報科学研究科  
システム情報科学専攻

和田 幹生





# Enhancement of Image Resolution by Superimposed Projection Using Multiple Projectors

Mikio Wada

## Abstract

This paper is concerned with the method of realizing a single high-resolution image by superimposing multiple images projected by different projectors. Recently, it has been theoretically shown that the so called super-resolution of multiple projectors, i.e., the realization of a spatially higher-resolution image than a single projector, is made possible by the superimposition of different projector images, although it was argued to be impossible in a previous literature. In this paper, the image quality of the images realized by the method is investigated, which has not been discussed in detail in the community.

There is another method of generating a single high-resolution image using multiple projectors, which places the projected images in a tiled manner on a screen. This method has been well studied and already in use. As compared with this method of tiled image projection, the method of superimposed image projection, which is discussed in this paper, has the following advantages. First, superimposed projection is superior in the scalability of the projection system. Second, superimposed projection could increase also the resolution with respect to depth (i.e., image brightness). On the other hand, superimposed projection has the following clear disadvantages. First, in order to improve spatial image resolution, it is necessary to obtain accurate position of each pixel of each projector image on the screen. Second, the increase in image resolution realized by superimposed projection is not proportional to the number of projectors used.

Thus, there are several advantages and disadvantages in the method of realizing a high-resolution image by superimposed projection, and the value of the method remains unclear from an application point of view. Then, the goal of this paper is to investigate image quality of the images realized by the method, which can be used as materials for further discussion. The case is mainly considered here where the projector images are determined such that the L2 norm of the difference between the target image to be realized and the realized image on the screen.

First, it is investigated how the brightness structures of the target image affect the image quality of the images realized by superimposed projection. The result is that for images that have dark, fine structures (e.g., thin lines and dots) in front of a bright background, the image quality tends to be better as compared with their reversals with respect to brightness (i.e., images that have bright, fine structures). Typical examples are text images; a text image containing black letters in a white background tends to be more accurately realized than an image containing white letters in a black background. This tendency is considered to be due to the asymmetric nature of superimposed projection; the image brightness can only be added and cannot be subtracted.

Next, the relation between the overall brightness of the target image and the image quality of the realized image is investigated. The result is that as the overall brightness increases, the spatial resolution of the realized image tends to decrease. This is because the degrees of freedom in the determination of the projector images tend to decrease once the overall brightness of the target image is beyond a certain level. Since there is a range for the brightness of each pixel of each projector image, it comprises inequality constraints on the optimization of the L2 norm for determining the projector images.

Moreover, this phenomenon, the deterioration in image quality with the increasing overall image brightness, is also affected by the brightness structures of the target image, which is mentioned above. Specifically, for a text image containing black letters in front of a white background, the effect of overall image brightness on the image quality tends to be large (meaning worse quality), whereas for an image containing white letters and a black background, it tends to be small. The underlying theory behind this is that the brightness structures of the target image affect the determination of the projector images by the optimization; for the black-letter-white-background image, the inequality constraints are more likely to be evoked than the white-letter-black-background image.

In addition to theoretical discussions accompanied with simulation-based experiments, several experiments based on a real system and real images are shown that were conducted to confirm the results below. Furthermore, a novel calibration method based on the phase shift method is presented, and it is shown that the method can realize more accurate calibration than conventional methods.

# 目次

第1章	緒言	1
1.1	研究の背景	1
1.2	本研究の目的	3
第2章	問題の定義	4
2.1	扱うシステムの定義	4
2.2	入力画像と投影された画像を重ね合わせた画像の関係	4
2.2.1	入力画像とプロジェクタ画像面の放射輝度の関係	4
2.2.2	プロジェクタ画像面の放射輝度とスクリーンの放射照度の関係	5
2.2.3	スクリーンの放射照度とスクリーンの放射輝度との関係	6
2.2.4	スクリーンの放射輝度と投影画像の関係	7
2.2.5	入力画像と投影画像の関係	8
2.2.6	入力画像と投影画像を重ね合わせた画像の関係	8
2.3	解くべき問題の定義	9
2.4	Venkata, Chang らの手法	9
第3章	キャリブレーション	11
3.1	幾何学的キャリブレーション	11
3.1.1	仮定	11
3.1.2	計測する必要のある値	12
3.1.3	計測に用いるシステム	14
3.2	位相シフト法による幾何学的キャリブレーション	15
3.2.1	位相シフト法の実行方法	15
3.2.2	キャリブレーション方法	17
3.2.3	問題点と解決方法	18
3.3	従来手法との比較	21
3.3.1	空間コード化法による幾何学的キャリブレーション	21
3.3.2	比較方法	25
3.3.3	比較結果	25
3.4	光学的キャリブレーション	27
第4章	重畳投影により得られる画像の特性	29
4.1	使用プロジェクタ数と再現精度の関係	30
4.1.1	実験結果	30
4.2	目標画像の性質と再現精度の関係	30
4.2.1	実験結果	32
4.3	目標画像の放射輝度と再現精度の関係	33

4.3.1	実験結果 . . . . .	36
4.4	線形フィルタ法の性質 . . . . .	41
4.4.1	問題点の指摘 . . . . .	41
4.4.2	シミュレーション実験 . . . . .	41
4.5	適応的最適化 . . . . .	42
4.5.1	トレードオフの利用 . . . . .	42
4.5.2	部分的最適化 . . . . .	45
4.5.3	実行例 . . . . .	45
<b>第 5 章</b>	<b>重畳投影による画像の高解像度化の実験</b>	<b>47</b>
5.1	使用するシステム . . . . .	47
5.2	幾何学的及び光学的キャリブレーションの結果 . . . . .	47
5.3	使用プロジェクタ数及び目標画像の性質と画質の関係 . . . . .	51
5.4	目標画像の明るさと画質の関係 . . . . .	54
<b>第 6 章</b>	<b>結言</b>	<b>59</b>
6.1	まとめ . . . . .	59
6.2	今後の課題 . . . . .	60
	謝辞	<b>62</b>
	参考文献	<b>63</b>
	付 録 A	<b>65</b>
A.1	放射輝度と放射照度の定義 . . . . .	65
A.2	凸図形を射影変換した図形の凸性の証明 . . . . .	65
A.3	凸図形同士の共通部分の凸性の証明 . . . . .	66

# 第1章 緒言

## 1.1 研究の背景

地上デジタルテレビ放送の普及に見られるように、近年、より高精細で情報量の多い画像が身近になってきている。その背景には、液晶ディスプレイやプラズマディスプレイ、有機ELディスプレイといった、いわゆるフラットパネルディスプレイの研究開発の進展がある。デバイス製造技術の向上、製造コストの低減により、表示性能の向上が進んでおり、画像の空間解像度等の画質は年々向上してきている。

このことは、スクリーンなどの対象に光を投影して画像を表示するプロジェクタにもあてはまる。デジタル画像の表示を行うプロジェクタでは、液晶やマイクロミラーアレイが画像を生成する心臓部であり、これらについても同様の研究開発がなされてきた。その結果、フラットパネルディスプレイと同程度の空間解像度を持つ画像を投影可能なプロジェクタが普及している。

プロジェクタには、投影によって画像を表示するという性質から、その他の画像表示装置にない利点がある。まず、設置や利用方法に一定の自由度が与えられることがある。プロジェクタ自体は軽く作れるため、画像を表示する場所を容易に変えられるし、投影レンズをズームレンズとすることで、画像の大きさなどを、用途や嗜好に合わせてある程度自由に設定できる。同時に、大画面の画像を容易に得ることができることも大きな利点である。

このようなプロジェクタの性質を利用し、プロジェクタを複数台使うことで、さらに大画面かつ高精細な画像の表示を実現する方法がある [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]。これは、投影像が縦横に並ぶように複数のプロジェクタを設置し、各プロジェクタが協調して画像を投影することで、全体として1枚の大画面で高解像度の画像表示を実現するものである(図1.1)。それぞれのプロジェクタから画像の1部を切り出したような画像を投影しつつ、スクリーン上ではそれらのつなぎ目が分からなくなるよう、各プロジェクタの投影像を調整する。この方法は既に実用化されており、超高解像度の、極めて大きなサイズの画像を表示できることから、各種シミュレーションや医療目的を中心に応用が行われている [8]。投影対象のスクリーンにドーム状の曲面を利用することで、没入感を味あわせるようなシステムも実用化されている。

これらの方法では、複数プロジェクタの画像を縦横に並べて1枚の画像が実現される。そこでは、プロジェクタの画像間では重複がなるべく少なくなるようにプロジェクタの配置が決められる。複数のプロジェクタを用いて高精細な画像を表示する方法には、もう1つのやり方があり、それは、複数のプロジェクタの投影像を重ねて1枚の画像を実現する方法である(図1.2)。

複数のプロジェクタの投影像を重ねるこの方法では、各プロジェクタの画像をうまく選ぶことで、重ね合わされた画像の解像度を1台のプロジェクタのそれよりも高くすることが目指される [9, 10, 11, 12]。これは、カメラによる画像の超解像、すなわち、1つのシー

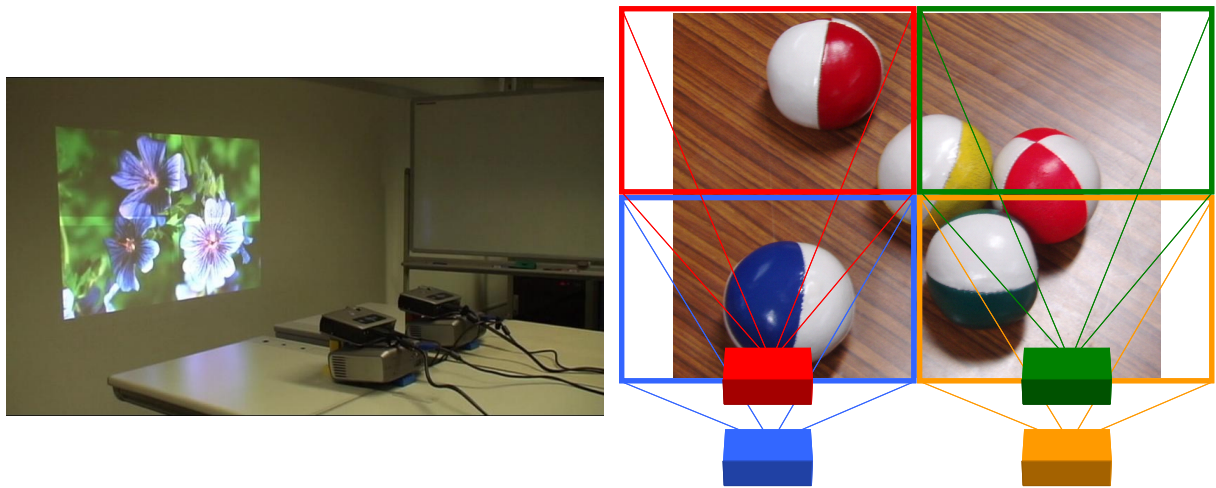


図 1.1: 異なるプロジェクタの投影像を並べて 1 枚の画像を表示する方法

ンの画像をカメラの位置を少しずつずらしながら複数枚撮影し、それら画像を元に高解像度の画像を合成する方法 [13, 14] と、ちょうど双対の立場にあるような方法である。このことから、この方法は、プロジェクタの投影像の重ね合わせによる超解像と表現されることもある。そのような超解像が実現できるかどうかは、最近まで議論されてきた [10] が、Venkata, Chang らが理論的にその可能性を証明した [11, 12] という経緯がある。

プロジェクタの投影像を重ねて 1 枚の画像を表示する方法の、投影像を並べる方法に比べたときの最大の利点は、システムのスケーラビリティが向上することである。つまり、並べる方法（図 1.1）では、プロジェクタの台数の追加と削除が 1 台ずつにはできない。画像のアスペクト比を保つためには、 $n^2$  を単位に（4 台、9 台、16 台、…）台数を変更することを余儀なくされる。一方、重ねる方法（図 1.2）では、1 台単位でプロジェクタを追加し削除することができる。

また理論上、濃淡方向の表現力が向上する可能性があり、その真偽は現在はっきりとはしないものの、利点となり得る。投影像を重ねるため、最終的な画像の明るさは各投影像の明るさの和となる。投影像を並べる方法では、画像の各点は基本的に 1 枚の投影像で成り立っているため、その濃淡階調の表現力は 1 台のプロジェクタのそれと本質的に一致するが、重ねる方法では、それが 1 台の場合よりも増加していると考えられる。

一方、投影された画像を重ねる手法は次のような欠点も持っている。まず、上述の超解像を目指す性質上、各プロジェクタからのスクリーン上の投影像について、その各ピクセルの位置を精度良く知る必要がある。それらは、事前に計測することで求めることになるが（キャリブレーション）、そこに誤差が含まれると、最終的に得られる画像の画質に大きく影響すると考えられる。そのため、許容される誤差は  $1/10$  [pixel],  $1/100$  [pixel] 程度であろうと予想されるが、これを達成するのは簡単ではない。このことは比較上欠点となる。

また、文献 [11] によれば、投影像を重ねる方法で実現される画像の解像度は、使用したプロジェクタの数に比例して向上するわけではないとされる。これに対し、投影像を並べる方法では、解像度はプロジェクタの数とほぼ比例する。さらに投影像を重ねる方法では、もし個々のプロジェクタからの投影像のピクセルが一致してしまう場合、原理上解像度の向上はありえない。画像全体でこれらが完全に一致することは、特別な方法を行わない限りないが、特にプロジェクタ台数が少ない場合には、表示画像の位置によって解像度

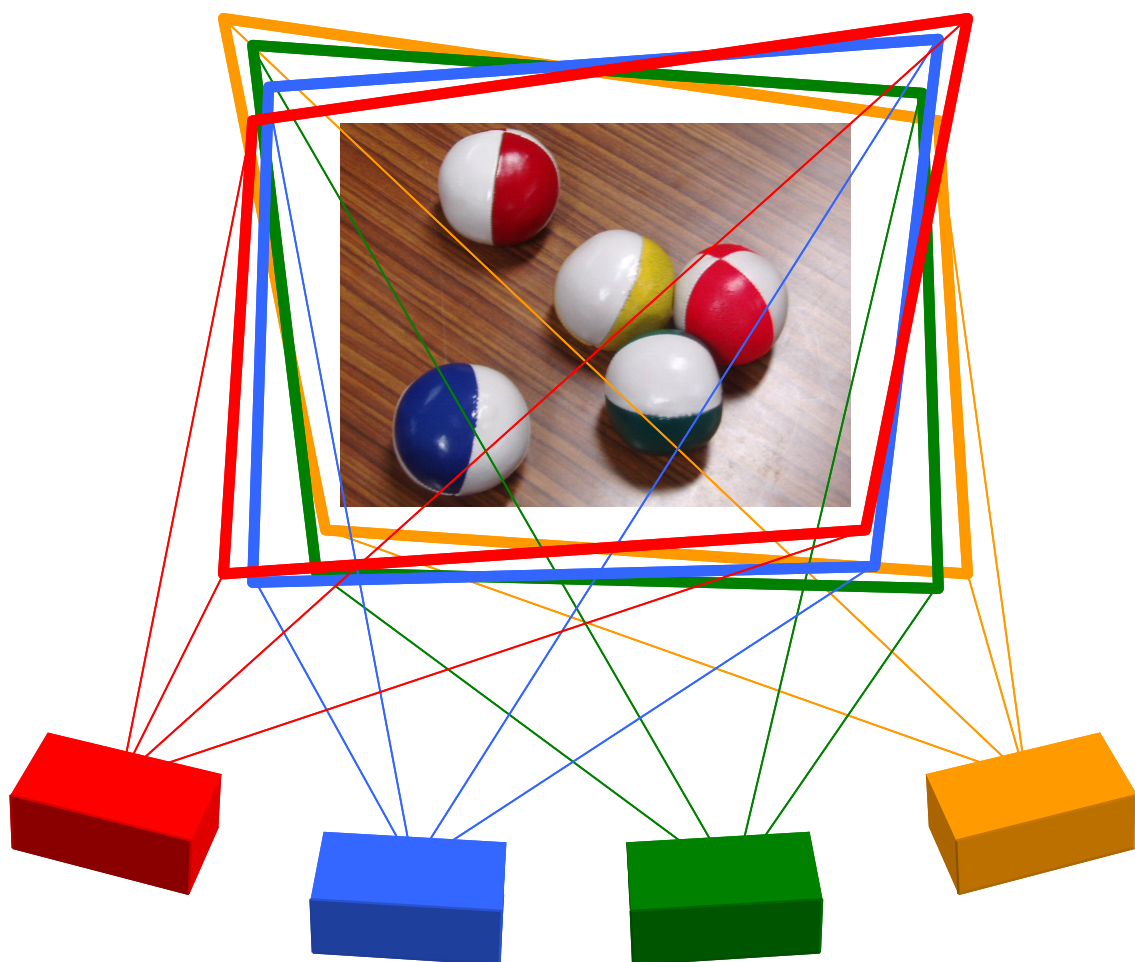


図 1.2: 異なるプロジェクタの投影像を重ねて 1 枚の画像を表示する方法

が変化するような結果が予想される。

## 1.2 本研究の目的

本研究では以上に述べてきた，複数台のプロジェクタを使い，その投影像を重ねること  
で一枚の高解像度画像を実現する方法について考える．特に，この方法には，上述のよう  
ないくつかの利点や欠点があり，工学的な価値は未だ不明であることから，これを明らか  
にするために，この方法により実現される画像の画質を議論することを主題とする．本稿  
ではこの投影像を重ねる方法を重畳投影と呼ぶ．

以下に本論文の構成を述べる．第 2 章では，重畳投影により超解像を実現する問題を定  
式化する．第 3 章では重畳投影を実行する際に必要となる，投影されたピクセルの位置を  
計測する手法及び個々のプロジェクタの出力している明るさの計測の手法について述べ  
る．第 4 章では，重畳投影により実現される画像の画質についてその特性を，シミュレー  
ション実験の結果を交えて述べる．第 5 章では，第 4 章の議論を確かめるために行った実  
際のプロジェクタを用いた実験を述べる．最後に第 6 章でまとめと今後の課題を述べる．



## 第2章 問題の定義

### 2.1 扱うシステムの定義

目標は、複数のプロジェクタにそれぞれ異なる画像を入力し、プロジェクタから投影される画像をスクリーン上で重ね合わせることで、意図した画像をスクリーンに実現することである。このとき、個々のプロジェクタにどのような画像を入力すれば意図した画像をスクリーンに実現することができるかが問題となる。これを考えるために、複数のプロジェクタから投影された画像を重ね合せたときにどのような画像がスクリーン上に生成されるかを考える。スクリーン上に実現しようとする画像を目標画像とする。現在、ドーム型スクリーンのように曲面スクリーンを用いる投影システムも開発されているが、本稿ではスクリーンを平面とする。本研究で扱うシステムの概要を図 2.1 に示す。

### 2.2 入力画像と投影された画像を重ね合わせた画像の関係

問題は、任意の目標画像に対してどのような画像を各プロジェクタへ入力するかである。ただし目標画像とはスクリーン上に実現しようとする画像を示す。これを考えるために、まず1台のプロジェクタについて、画像を投影するプロセス、つまり入力画像と投影された画像の関係をモデル化する。続いて、複数のプロジェクタから投影された画像がスクリーン上で重ね合わされて実現される画像を表現するモデルを示す。これらのモデルにより、入力画像と投影された画像を重ね合せた画像の関係を導く。

#### 2.2.1 入力画像とプロジェクタ画像面の放射輝度の関係

プロジェクタは図 2.2 に示すように、液晶や DMD などの画像面と、その上にできる画像をスクリーンに投影するレンズからなるとする。プロジェクタ画像面上のある領域から放射されてレンズに入射した光が、スクリーン上に像を結んでいるとする。ただし、 $p$  番目のプロジェクタへの入力画像の  $j$  番目のピクセルを  $P_j^p$ 、 $P_j^p$  の明るさを  $B_j^p$ 、プロジェクタ画像面上の  $P_j^p$  に対応するピクセルの放射輝度を  $R_j^p$  とする。放射輝度の定義は付録 A.1 を参照されたい。プロジェクタへの入力画像のあるピクセルの明るさを決めると、そのピクセルに対応するプロジェクタ画像面上の領域の放射輝度が決まる。ただし、両者の関係は一般的に非線形である。この非線形関数はプロジェクタへの入力画像の明るさを入力、プロジェクタ画像面上の放射輝度を出力とするが、これをプロジェクタのレスポンス関数と呼ぶことにする。画素ごとのレスポンス関数の違いがないものとする。ただし、 $p$  番目のプロジェクタのレスポンス関数を  $g^p(\cdot)$  とし、 $B_j^p$  と  $R_j^p$  の関係は次のように表せる：

$$R_j^p = g^p(B_j^p). \quad (2.1)$$

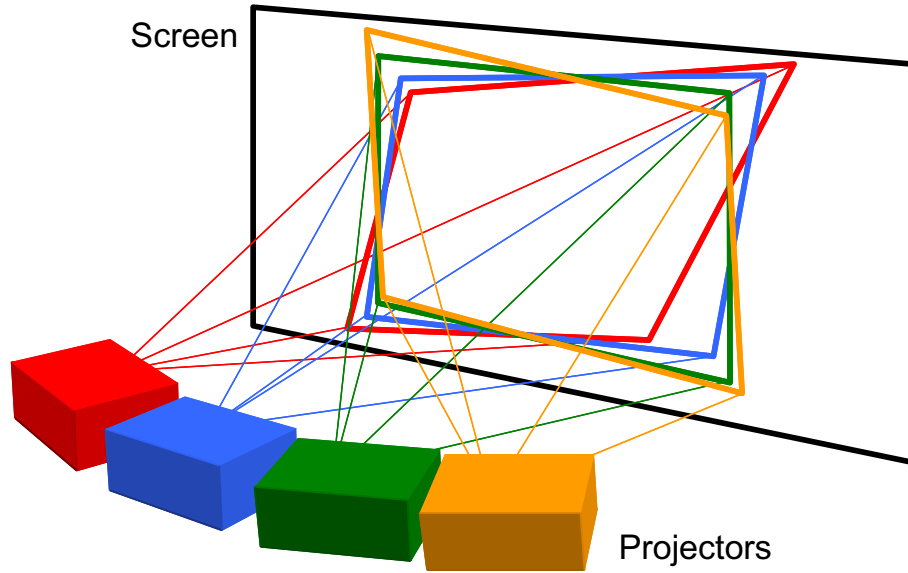


図 2.1: 本研究で扱うシステム

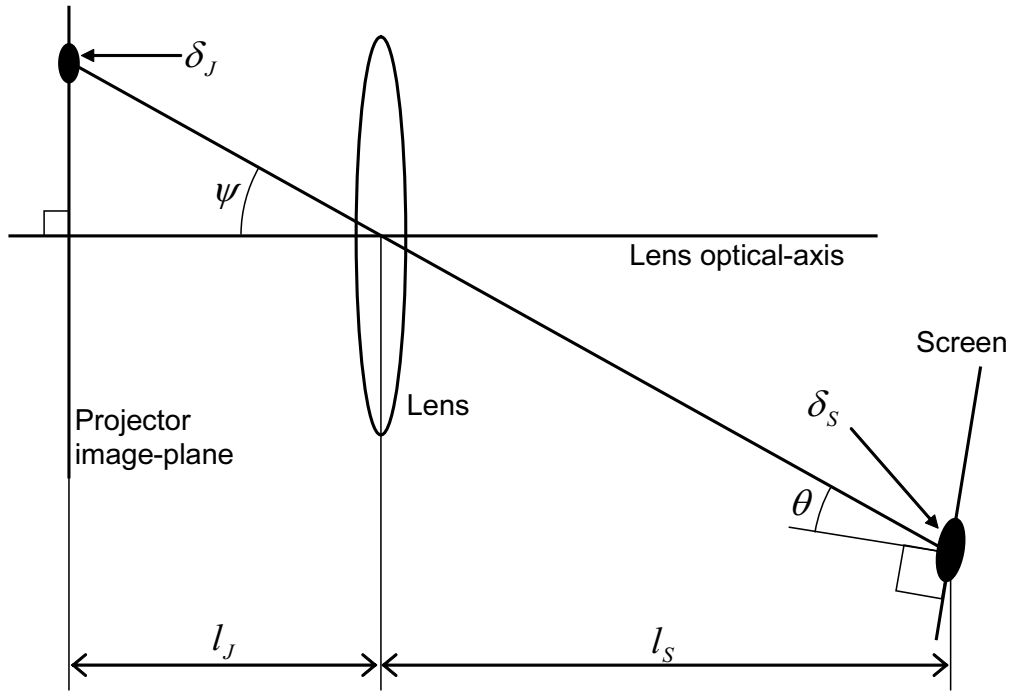


図 2.2: プロジェクタ画像面，レンズ，スクリーンのモデル

### 2.2.2 プロジェクタ画像面の放射輝度とスクリーンの放射照度の関係

プロジェクタ画像面から放射された光は図 2.2 に示したように，レンズによってスクリーン上に像を結ぶ．このときの，プロジェクタ画像面の放射輝度とスクリーンの放射照度の関係を述べる [15]．放射照度の定義は付録 A.1 を参照されたい．

プロジェクタ画像面上の小領域  $\delta_J$  に対応するスクリーン上の小領域を  $\delta_S$  とする．このとき， $\delta_J$  から放射されてレンズに入射する放射束とレンズにより屈折して  $\delta_S$  に入射する放射束は等しいと考えられる．そこで， $\delta_J$  の放射輝度を光線方向に関係なく  $R_J$  であると

し， $\delta_S$  の放射照度を  $I_S$ ，レンズ面積を  $Q_L$  とすると次式が成り立つ：

$$R_J Q_J \cos \psi \frac{Q_L \cos \psi}{\left(\frac{l_J}{\cos \psi}\right)^2} = I_S Q_S. \quad (2.2)$$

これから次式が得られる：

$$I_S = \frac{Q_J Q_L \cos^4 \psi}{Q_S l_J^2} R_J. \quad (2.3)$$

式 (2.3) は  $\delta_J$  の放射輝度と  $\delta_S$  の放射照度の関係を与える．この式によれば，スクリーン上の座標によって  $\psi$  の値が異なるために，一様な明るさを持つ画像を投影したときのスクリーン上の明るさが不均一となる．これはプロジェクタの性質としては好ましくない．上ではプロジェクタに使用されているレンズを単一薄レンズと近似したが，実際のプロジェクタは複数のレンズを組み合わせることによりこの不均一性を低減している．そこで定数  $k_0$  を導入し， $\cos \psi$  と置き換える．このとき式 (2.3) は次のように表せる：

$$I_S = \frac{Q_L k_0^4}{l_J^2} \frac{Q_J}{Q_S} R_J. \quad (2.4)$$

$Q_L k_0^4 / l_J^2$  は  $\delta_J$  の取り方によらない定数なので，これを  $k$  とおくと次式が得られる：

$$I_S = k \frac{Q_J}{Q_S} R_J. \quad (2.5)$$

$p$  番目のプロジェクタに対する式 (2.5) の  $k$  を  $k_p$  とする． $p$  番目のプロジェクタの  $j$  番目のピクセル  $P_j^p$  のプロジェクタ画像面上での面積を  $Q_j^p$ ，スクリーンに投影された  $P_j^p$  の像  $\bar{P}_j^p$  の面積を  $\bar{Q}_j^p$ ，放射照度を  $I_j^p$  とすると，式 (2.5) は次のように書き換えられる：

$$I_j^p = k_p \frac{Q_j^p}{\bar{Q}_j^p} R_j^p. \quad (2.6)$$

### 2.2.3 スクリーンの放射照度とスクリーンの放射輝度との関係

本稿ではスクリーンは近似的に Lambert 面であると考え [15]．Lambert 面とは入射した光が完全拡散反射する，つまり全ての方向に等しい放射輝度を与えるような反射特性を示す平面を指す．拡散反射とは，入射光が物体の内部に入るなど表面付近で反射を繰り返した後，物体の外部に出てくる反射のことで，反射光は物体表面から様々な方向に反射する．つやのない紙やゴム，壁面などは拡散反射をする表面の例である．拡散反射のモデルとして，Lambert のモデル以外には Oren-Nayer のモデル [16] などがある．このとき，スクリーンの反射係数を  $\mu$  とすると，スクリーン上の放射照度  $I_S$  とスクリーン上の放射輝度  $R_S$  の関係は次式で表せる [15]：

$$R_S = \frac{\mu}{\pi} I_S. \quad (2.7)$$

よって  $\bar{P}_j^p$  の放射輝度を  $\bar{R}_j^p$  とすると次のように表せる：

$$\bar{R}_j^p = \frac{\mu}{\pi} I_j^p. \quad (2.8)$$

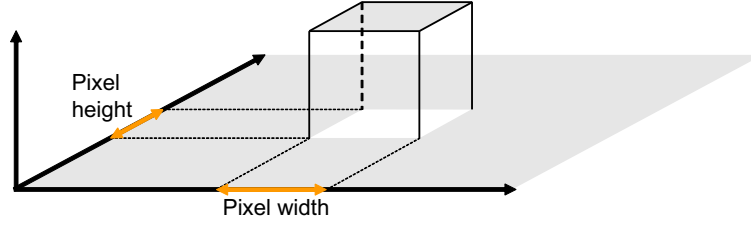


図 2.3: 投影画像のピクセルと同サイズのボックス型関数

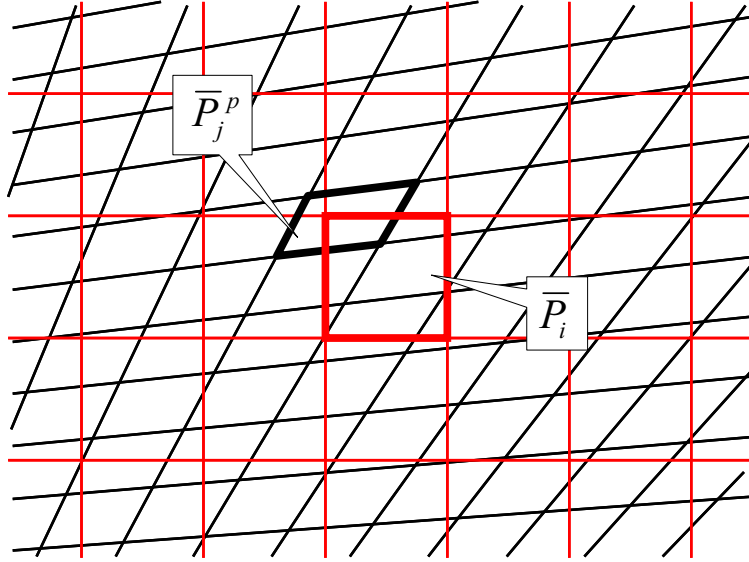


図 2.4: 投影された入力画像のピクセル  $\bar{P}_j^p$  と投影画像のピクセル  $\bar{P}_i$  の分布．格子は入力画像，投影画像のピクセル境界を示す．

#### 2.2.4 スクリーンの放射輝度と投影画像の関係

プロジェクタによってスクリーン上に投影された画像を，スクリーン上でリサンプリングして得られる離散画像を投影画像と呼ぶことにする．プロジェクタはスクリーンの正面に置かれるとは限らないため，一般的に投影画像は入力画像をひずませた画像となる．本節ではスクリーンの放射輝度と投影画像の関係について述べる．

スクリーンに投影された入力画像のピクセル  $\bar{P}_j^p$  の放射輝度をリサンプリングすることで投影画像の  $i$  番目のピクセル  $\bar{P}_i$  の放射輝度  $\hat{R}_i^p$  が得られる．本稿では，このリサンプリング時のサンプリングフィルタに，図 2.3 に示す投影画像のピクセルと同サイズのボックス型関数を用いることにする．このときの  $\bar{P}_j^p$  の分布と  $\bar{P}_i$  の分布を図 2.4 に示す．すると， $\hat{R}_i^p$  は， $\bar{P}_i$  と  $\bar{P}_j^p$  の共通部分の面積で  $\bar{R}_j^p$  に重み付けした加重平均で表される．つまり， $\bar{P}_i$  の面積を  $\bar{Q}_i$ ， $\bar{P}_i$  と  $\bar{P}_j^p$  の共通部分の面積を  $\bar{Q}_{ij}^p$  とすると， $\hat{R}_i^p$  は次のように表せる：

$$\hat{R}_i^p = \sum_j \frac{\bar{Q}_{ij}^p}{\bar{Q}_i} \bar{R}_j^p. \quad (2.9)$$

### 2.2.5 入力画像と投影画像の関係

式 (2.1) (2.9) より次式が得られる:

$$\hat{R}_i^p = \sum_j \frac{\bar{Q}_{ij}^p Q_j^p}{\bar{Q}_i \bar{Q}_j^p} \frac{\mu k_p}{\pi} g^p(B_j^p). \quad (2.10)$$

ここで

$$w_{ij}^p \equiv \frac{\bar{Q}_{ij}^p Q_j^p}{\bar{Q}_i \bar{Q}_j^p}, \quad (2.11)$$

$$f^p(x) \equiv \frac{\mu k_p}{\pi} g^p(x), \quad (2.12)$$

と定義すると, 式 (2.10) は次のように表せる:

$$\hat{R}_i^p = \sum_j w_{ij}^p f^p(B_j^p). \quad (2.13)$$

式 (2.13) を  $i$  について縦に並べると次式が得られる:

$$\begin{bmatrix} \hat{R}_1^p \\ \hat{R}_2^p \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}^p & w_{12}^p & \cdots \\ w_{21}^p & w_{22}^p & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f^p(B_1^p) \\ f^p(B_2^p) \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

さらに

$$\hat{\mathbf{R}}^p \equiv [\hat{R}_1^p, \hat{R}_2^p, \cdots]^T, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{W}^p \equiv \begin{bmatrix} w_{11}^p & w_{12}^p & \cdots \\ w_{21}^p & w_{22}^p & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

$$\mathbf{B}^p \equiv [B_1^p, B_2^p, \cdots]^T, \quad (2.17)$$

$$\mathbf{F}^p([x_1, x_2, \cdots]^T) \equiv [f^p(x_1), f^p(x_2), \cdots]^T, \quad (2.18)$$

と定義すると, 式 (2.14) は最終的に次のように表せる:

$$\hat{\mathbf{R}}^p = \mathbf{W}^p \mathbf{F}^p(\mathbf{B}^p). \quad (2.19)$$

$\hat{\mathbf{R}}^p$  は投影画像,  $\mathbf{B}^p$  は入力画像を表し, 式 (2.19) は入力画像と投影画像の関係を表現する.

### 2.2.6 入力画像と投影画像を重ね合せた画像の関係

ここまでは1台のプロジェクタについて考えてきた. ここでは投影画像を重ね合せた画像について考える. 式 (2.19) では, 各プロジェクタによる投影画像の明るさをスクリーン上の放射輝度で表した. 複数のプロジェクタの投影画像をスクリーン上で重ね合わせると, 重ね合せた画像の各ピクセルの明るさは, 投影画像の各ピクセルの明るさの単純な和で表され则认为られる. 投影画像を重ね合せた画像の各ピクセルの放射輝度を1列に並べたベクトルを  $\hat{\mathbf{R}}$  とすると, 式 (2.19) より次のように表せる:

$$\hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{R}}^1 + \hat{\mathbf{R}}^2 + \cdots \quad (2.20)$$

$$= \mathbf{W}^1 \mathbf{F}^1(\mathbf{B}^1) + \mathbf{W}^2 \mathbf{F}^2(\mathbf{B}^2) + \cdots. \quad (2.21)$$

## 2.3 解くべき問題の定義

重畳投影によって目標画像をスクリーン上に実現するには、目標画像を元に各プロジェクタへの入力画像を計算する必要がある。ここでは、目標画像と投影画像を重ね合せた画像のL2 ノルムを最小にすることを考える。このとき目標画像の各ピクセルの放射輝度を1列に並べたベクトルを  $\tilde{\mathbf{R}}$  とすると、式(2.21)より解くべき問題は次のような最小化問題として表せる。 $\{B_j^p\} (p = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots)$  について

$$\|\tilde{\mathbf{R}} - \hat{\mathbf{R}}\|^2 \rightarrow \min. \quad (2.22)$$

ただし、 $\mathbf{B}^p$  の要素  $B_j^p$  は入力画像のピクセルの明るさなので、値の範囲に制限を持つ。そのため式(2.22)は次のような不等式制約付2次最適化問題として表せる。 $\{B_j^p\} (p = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots)$  について

$$\|\tilde{\mathbf{R}} - \hat{\mathbf{R}}\|^2 \rightarrow \min \quad (0 \leq B_j^p \leq 255 \quad (p = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots)). \quad (2.23)$$

式(2.23)を解くことで各プロジェクタへの入力画像の明るさ  $\{B_j^p\}$  を決定する手法を最適化法と呼ぶことにする。最適化法を行う際に解くことになる不等式制約付2次最適化問題は比較的簡単な問題に分類される。しかし、式(2.23)については探索するベクトル空間が非常に高次になるため、解くには多くの計算量やメモリ量が必要になる。このままでは動画はもちろん静止画1枚の計算さえも困難で、実用的ではない。

## 2.4 Venkata, Chang らの手法

この最適化は目標画像ごとに必要となり、さらに必要とする計算時間とメモリ量は膨大である。そのため、画像表示システムとしての実用性を考えると他の解法が必要となる。文献[12]では、ある目標画像に対して式(2.23)を最適化して各プロジェクタへの入力画像集合を得るまでのプロセスを、目標画像を入力、各プロジェクタの入力画像を出力とするシステムと見なし、これを線形システムに近似することで、目標画像から入力画像集合を計算する過程の多くを線形計算として実行する手法が提案されている。これは計算量、ストレージの両面で申し分ないものとなっている。この手法を線形フィルタ法と呼ぶことにする。

文献[12]に述べられている線形フィルタ法について説明する。なお文献[12]では、式(2.18)に示した関数  $\mathbf{F}^p(\cdot)$  を既知としているため、

$$\mathbf{D}^p \equiv \mathbf{F}^p(\mathbf{B}^p) \quad (2.24)$$

とする。このとき、式(2.21)は次のように表せる：

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{W}^1 \mathbf{D}^1 + \mathbf{W}^2 \mathbf{D}^2 + \dots. \quad (2.25)$$

また式(2.23)は次のように表せる。 $\{D_j^p\} (p = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots)$  について

$$\|\tilde{\mathbf{R}} - \hat{\mathbf{R}}\|^2 \rightarrow \min \quad (D_{\min}^p \leq D_j^p \leq D_{\max}^p \quad (p = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots)). \quad (2.26)$$

ただし  $D_j^p$  は  $\mathbf{D}^p$  の  $j$  番目の要素、 $D_{\min}^p, D_{\max}^p$  はそれぞれ  $j$  に対する  $D_j^p$  の最小値、最大値とする。

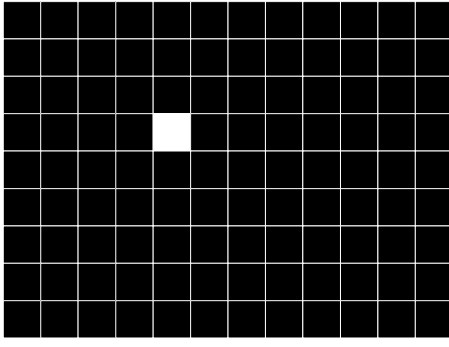


図 2.5: インパルス画像  $\tilde{\mathbf{R}}^h$  の例

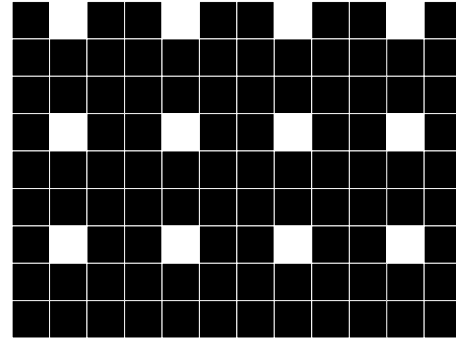


図 2.6: インパルスを並べた画像の例

この手法ではまず事前に，1つのピクセル  $h$  の明るさだけをある値とし，それ以外のピクセルの明るさを 0 としたインパルス画像  $\tilde{\mathbf{R}}^h$  を目標画像として式 (2.26) に示した最適化を行い，各プロジェクタの入力画像を計算しておく．インパルス画像  $\tilde{\mathbf{R}}^h$  の例を図 2.5 に示す．このときの最適化は式 (2.26) より次のように表せる． $\{D_j^p\} (p = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots)$  について

$$\|\tilde{\mathbf{R}}^h - \hat{\mathbf{R}}\|^2 \rightarrow \min \quad (D_{\min}^p \leq D_j^p \leq D_{\max}^p \quad (p = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots)). \quad (2.27)$$

これはピクセル  $h$  のインパルスを最もよく再現する最適近似である．全てのピクセル  $h = 1, 2, \dots$  に対して最適化を行い，それぞれの  $\tilde{\mathbf{R}}^h$  に対する  $p$  番目のプロジェクタの  $\mathbf{D}^p$  を  $\mathbf{D}_h^p$  とする．このとき  $\mathbf{D}_h^p$  は，目標画像から入力画像集合を得るシステムにインパルス画像を入力したときのインパルス応答画像と言える．任意の目標画像  $\hat{\mathbf{R}}$  を表示する際は，次に示す計算によって各プロジェクタの  $\mathbf{D}^p$  を計算し，そこから各プロジェクタの入力画像  $\mathbf{B}^p$  を計算する：

$$\mathbf{D}^p = \sum_h \tilde{R}_h \mathbf{D}_h^p. \quad (2.28)$$

ただし  $\tilde{R}_h$  は  $\hat{\mathbf{R}}$  の  $h$  番目の要素とする．

このままでは膨大な数のインパルス画像に対してそれぞれ最適化を行う必要があるが，画像 1 枚に一定の間隔でインパルスを並べた図 2.6 のような画像を用いて最適化を行うことで省力化できる．ただしインパルス同士の間隔は，どの入力画像のどのピクセルも，1 枚のインパルス画像の 2 つ以上のインパルスに影響を与えないように十分大きくする必要がある．

## 第3章 キャリブレーション

重畳投影を実際に行うには、使用する各プロジェクタ及びスクリーンに対して、式(2.21)中の  $\mathbf{W}^p$  と  $\mathbf{F}^p(\cdot)$  を同定する必要がある。  $\mathbf{W}^p$  を同定することを本稿では幾何学的キャリブレーション、  $\mathbf{F}^p(\cdot)$  を同定することを光学的キャリブレーションと呼ぶ。本章ではこの幾何学的キャリブレーション及び光学的キャリブレーションを行う手法について述べる。

### 3.1 幾何学的キャリブレーション

幾何学的キャリブレーションの目的は、式(2.16)で定義した  $\mathbf{W}^p$  を全てのプロジェクタについて同定することにある。  $\mathbf{W}^p$  を同定するには式(2.11)で定義した  $w_{ij}^p$  を計算しなければならない。  $w_{ij}^p$  の計算には、  $\bar{Q}_{ij}^p$ 、  $\bar{Q}_i$ 、  $Q_j^p$ 、  $\bar{Q}_j^p$  の値が必要となるが、このうち実際に計測する必要のある値は限られる。本節では幾何学的キャリブレーションにおいて計測する必要のある値について述べる。

#### 3.1.1 仮定

入力画像のピクセル  $P_j^p$  と投影画像のピクセル  $\bar{P}_i$  は長方形とする。また本稿では  $P_j^p$  の投影像  $\bar{P}_j^p$  が四角形と見なせると仮定する。プロジェクタのレンズによるレンズひずみ[17, 18]を考えると、  $\bar{P}_j^p$  は厳密には四角形とは言えない。レンズひずみは図3.1に示すように画像をひずませるため、一般的にひずむ前の画像上の直線はひずんだ後の画像では直線ではなく、  $\bar{P}_j^p$  は四角形とはならない。しかし、  $\bar{P}_j^p$  を構成する曲線を局所的に直線と見なせば  $\bar{P}_j^p$  は四角形に近似される。  $\bar{P}_j^p$  が十分小さければこの近似は妥当である。

さらに、本稿では  $P_j^p$  上の点の座標と  $\bar{P}_j^p$  上の点の座標が2次元射影変換で関係付けられると仮定する[19]。つまり、  $P_j^p$  上の点の座標  $(u, v)$  とそれに対応する  $\bar{P}_j^p$  上の点の座標  $(x, y)$  の関係が次式で表せることを示す：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \propto \mathbf{H} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

ただし  $\propto$  は右辺のベクトルをスカラー倍すれば左辺のベクトルと一致することを表し、  $\mathbf{H}$  はホモグラフィ行列と呼ばれる3行3列の行列を表す。  $(u, v)$  と  $(x, y)$  の組み合わせを4組以上得られれば、これらに関係付けるホモグラフィ行列を推定することができる。  $P_j^p$  は長方形であり、  $\bar{P}_j^p$  は四角形と仮定しているため、局所的には、ひずむ前の画像上の直線がひずんだ後の画像でも直線となっている。さらに、  $P_j^p$  は入力画像平面上の図形であり、  $\bar{P}_j^p$  は本稿では平面として扱っているスクリーン上の図形である。このように直線性を保ち、平面上の点と平面上の点に関係付ける変換のうち、最も一般的な変換は射影変換であるため、この仮定は妥当なものと言える。



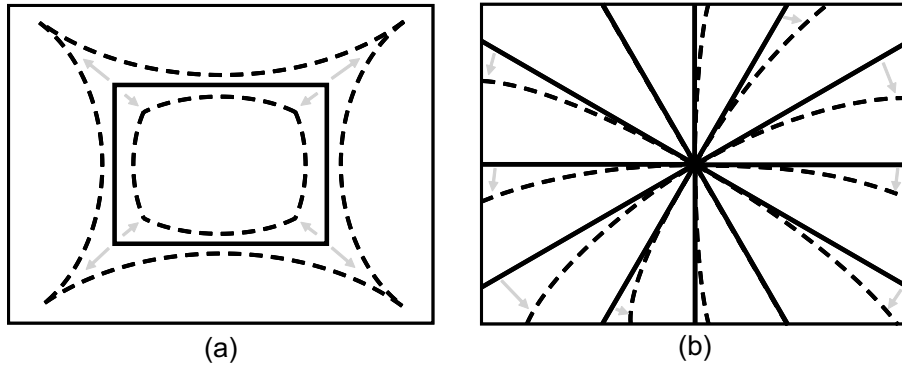


図 3.1: レンズひずみの効果．(a) 半径方向のひずみ．(b) 円周方向のひずみ．

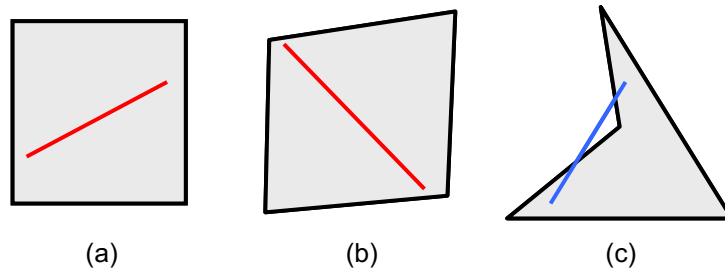


図 3.2: (a), (b) 凸である図形の例．(c) 凸でない図形の例．

### 3.1.2 計測する必要がある値

$w_{ij}^p$  の計算に必要な値  $Q_j^p$ ,  $\bar{Q}_i$ ,  $\bar{Q}_j^p$ ,  $\bar{Q}_{ij}^p$  のうち、まず  $Q_j^p$  と  $\bar{Q}_i$  は既知とすることができる． $Q_j^p$  は入力画像のピクセル  $P_j^p$  の面積だったが、入力画像のサイズはわかっているため既知とすることができる． $\bar{Q}_i$  はスクリーン上でリサンプリングした投影画像のピクセル  $\bar{P}_i$  の面積だった．そのため、スクリーンのどの位置にどれだけの解像度の重畳画像を投影するかを指定すると、 $\bar{P}_i$  の各頂点のスクリーン座標が決まり、それにより  $\bar{Q}_i$  が決定される．よって  $Q_j^p$  と  $\bar{Q}_i$  を計測する必要はない．

前項で述べた仮定を用いると、残った  $w_{ij}^p$  の計算に必要な値  $\bar{Q}_j^p$ ,  $\bar{Q}_{ij}^p$  は、 $\bar{P}_j^p$  の各頂点のスクリーン座標を計測することで得られる． $\bar{P}_j^p$  の各頂点のスクリーン座標を計測できると、 $\bar{P}_j^p$  の面積  $\bar{Q}_j^p$  は得られた座標から直接計算できる．ここで  $\bar{P}_j^p$  の各頂点の座標から  $\bar{Q}_{ij}^p$  を計算する方法を述べる．

#### $\bar{Q}_{ij}^p$ の計算方法

計算方法を述べる前に、まず凸性を定義する．ある図形が凸であるとは、その図形の内部の任意の 2 点に対して、その 2 点を結ぶ線分が完全にその図形に内包されていることを言う．図 3.2(a), (b) に凸である図形の例を、図 3.2(c) に凸でない図形の例を示す．証明は省くが、長方形である  $P_j^p$ ,  $\bar{P}_i$  は明らかに凸である．また、 $P_j^p$  が凸であるため、これを射影変換して得られると仮定している  $\bar{P}_j^p$  も凸である．この証明は付録 A.2 に示す．凸性をこのように定義すると、凸である図形同士の共通部分も凸となる．この証明は付録 A.3 に示す．すると、 $\bar{P}_j^p$  と  $\bar{P}_i$  の共通部分も凸となる．

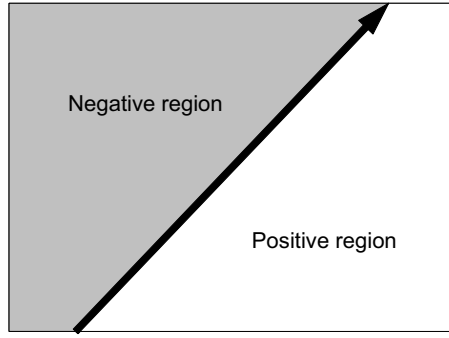


図 3.3: 直線の方法

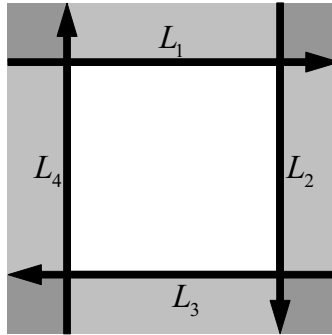


図 3.4: 凸多角形は複数の直線の正領域の共通部分として表せる．

続いて，共通部分を考えるため直線に対して方向を定義する．平面上の直線は平面を 2 つの領域に分割するため，この 2 つの領域に対して，片方を正領域，もう片方を負領域とする．このとき直線の方法を，その方向を向いて正領域が右に，負領域が左に来るように定義する．直線の方法を矢印で表した図を図 3.3 に示す．この定義を用いると，図 3.4 の白色部分のようにして凸である多角形を複数の直線の正領域の共通部分として表すことができる．ある直線  $L$  の正領域を  $\Phi(L)$  と表すことにすると，図 3.4 の凸多角形は次のように表される：

$$\Phi(L_1) \cap \Phi(L_2) \cap \Phi(L_3) \cap \Phi(L_4). \quad (3.2)$$

$\bar{P}_j^p$  と  $\bar{P}_i$  の共通部分について考える．いずれも凸多角形であるため，両者の共通部分も凸多角形となる． $\bar{P}_j^p$  が  $L_1^J, L_2^J, L_3^J, L_4^J$  の 4 直線の正領域の共通部分， $\bar{P}_i$  が  $L_1^S, L_2^S, L_3^S, L_4^S$  の 4 直線の正領域の共通部分として表されるとする．このとき，共通部分を  $C_{ij}^p$  とすると次のように表せる：

$$C_{ij}^p = \left( \bigcap_{m=1}^4 \Phi(L_m^J) \right) \cap \left( \bigcap_{n=1}^4 \Phi(L_n^S) \right). \quad (3.3)$$

共通部分を取る演算  $\cap$  では分配則が成り立つため，この式は次のように表せる：

$$C_{ij}^p = \left( \bigcap_{m=1}^4 \Phi(L_m^J) \right) \cap \Phi(L_1^S) \cap \Phi(L_2^S) \cap \Phi(L_3^S) \cap \Phi(L_4^S). \quad (3.4)$$

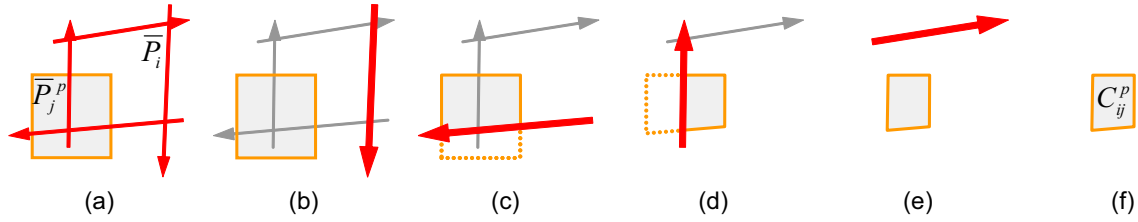


図 3.5: 四角形と直線の共通部分を繰り返し取る処理．(a)  $\bar{P}_i$  と直線で表した  $\bar{P}_j^p$ ．(b) (f)1 つずつ直線と共通部分を取っていく．

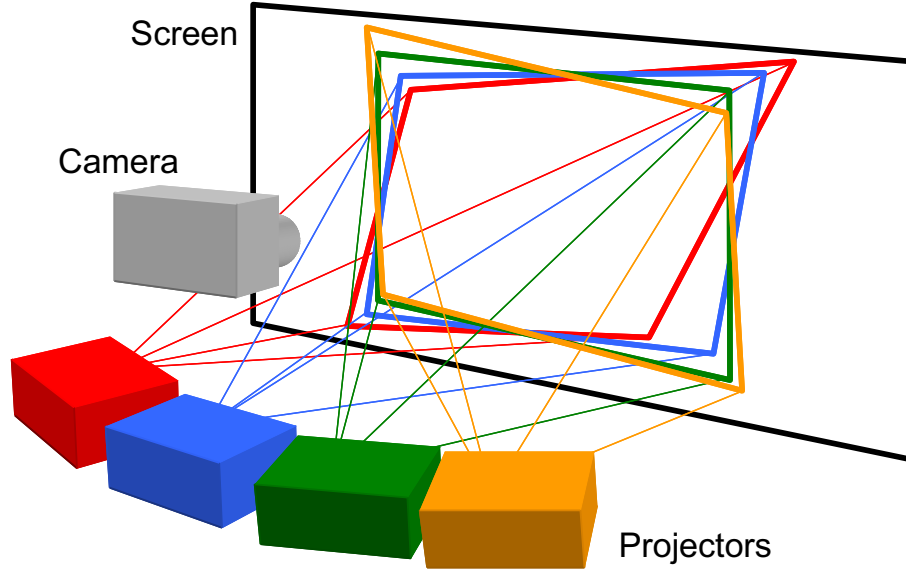


図 3.6: 計測に用いるシステム

この式で表される手順を図 3.5 に示す．図のように， $\bar{P}_j^p$  について  $\bar{P}_i$  を構成する直線との共通部分を取ることで，最終的に  $\bar{P}_j^p$  と  $\bar{P}_i$  の共通部分となる凸多角形を絞り込んでいく．絞り込んでいく課程で必要に応じて直線同士の交点を計算することで，どの段階でも常に，共通部分として残っている凸多角形の全ての頂点の座標を計算することができる．最終的に得られた図形（図 3.5 では (f)）に対して，その頂点の座標から面積を計算することで， $\bar{Q}_{ij}^p$  を得ることができる．以上により， $\bar{P}_j^p$  の各頂点の座標を計測することで  $w_{ij}^p$  の値を計算できることが示された．

### 3.1.3 計測に用いるシステム

$\bar{P}_j^p$  の頂点の座標を得ることで  $W^p$  を同定できることを述べた．そこで， $\bar{P}_j^p$  の頂点を得るために，図 2.1 のシステムにカメラを加えた図 3.6 に示すシステムを考える．このとき，カメラの光軸がスクリーンに垂直になるようにカメラを配置しているため，カメラ画像上の座標とスクリーン上の座標を同等に扱うことができる．幾何学的キャリブレーションでは本来ならば  $\bar{P}_j^p$  の頂点のスクリーン上の座標が必要となるが，上述した理由から  $\bar{P}_j^p$  の頂点のカメラ画像上の座標を得ることで幾何学的キャリブレーションとする．

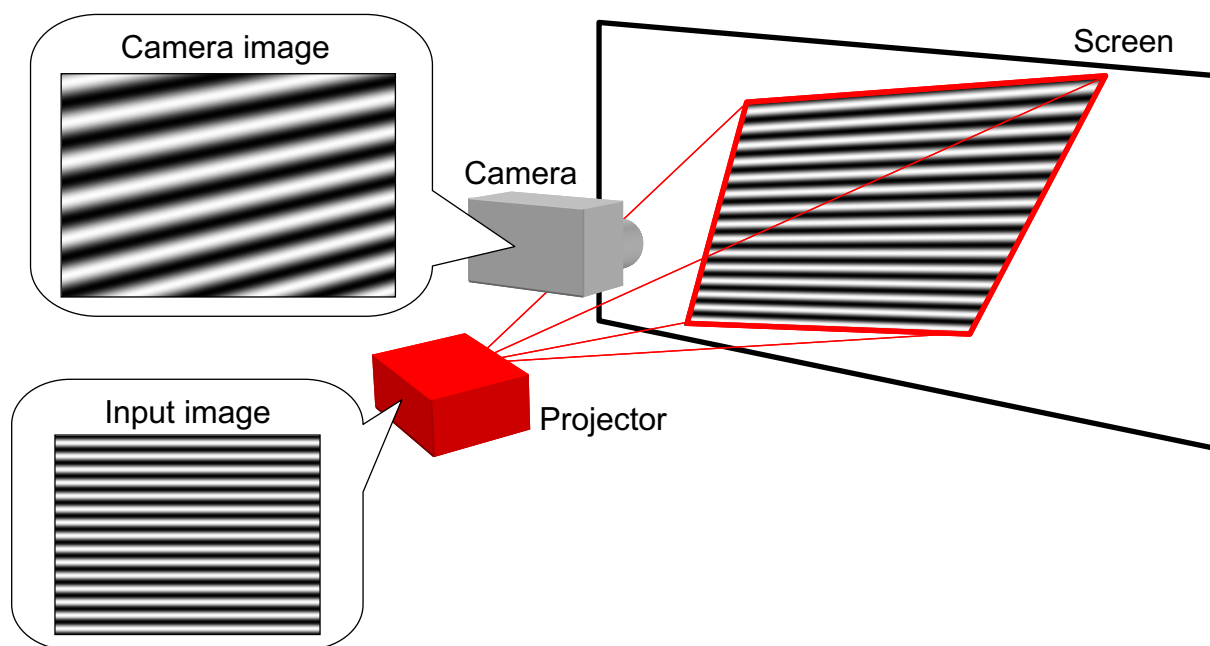


図 3.7: 位相シフト法におけるパターン投影と撮影の様子

## 3.2 位相シフト法による幾何学的キャリブレーション

本節では，プロジェクタ，スクリーン，カメラからなるシステムのための幾何学的キャリブレーション手法として位相シフト法 [20] による手法を提案する．文献 [12] では後述する空間コード化法によってプロジェクタ入力画像とカメラ画像の対応点が取得されているが，本手法によればより数多くの高精度な対応点を取得できる．

### 3.2.1 位相シフト法の実行方法

文献 [20] では，専用投光機を用いてパターンを投影していたが，本稿では図 3.7 のように，プロジェクタからパターンを投影することで位相シフト法を実行する．

#### 投影するパターン画像

位相シフト法では複数のパターン画像を投影・撮影することになる． $N$  枚のパターン画像を投影するとき， $n$  枚目のパターン画像の画像座標  $(u, v)$  の明るさ  $B(u, v, n)$  を次式のように決める：

$$B(u, v, n) = B_{bias} + A \cos \left( \phi(u, v) + \frac{2\pi}{N}n \right). \quad (3.5)$$

ただし  $B_{bias}$ ,  $A$  は定数， $\phi(u, v)$  はパターン画像の各ピクセルについて定める初期位相であり， $\phi(u, v) = \lambda u$ ， $\phi(u, v) = \mu v$  ( $\lambda, \mu$  は定数) のように定める．例えば  $N = 4$  とすると，パターン画像は図 3.8 のようになる．これらのパターン画像を  $n$  について順次投影していく．

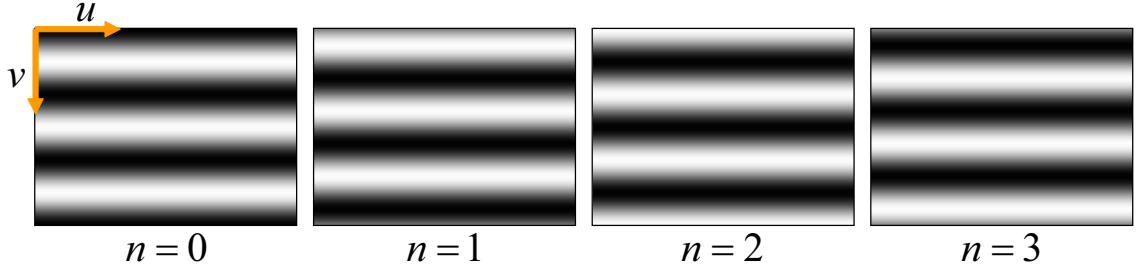


図 3.8: 位相シフト法で使用するパターン画像 ( $N = 4, \phi(u, v) = \mu v$ )

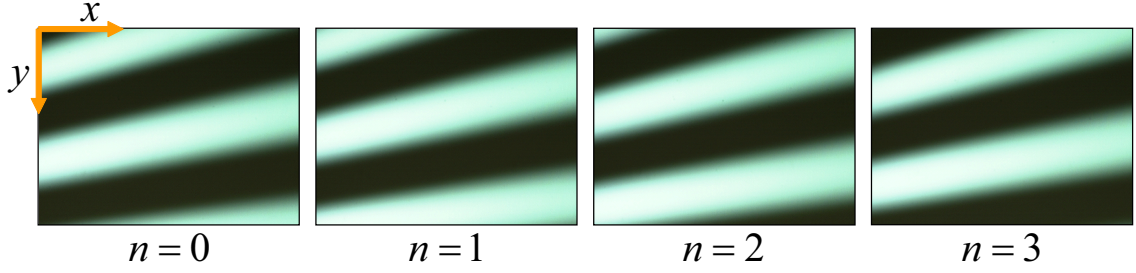


図 3.9: パターン画像を投影して得られたカメラ画像

#### カメラ画像に対する処理

図 3.8 に示したパターンが投影されているスクリーンをカメラで撮影すると、図 3.9 のようなカメラ画像が得られる。  $n$  枚目のパターンを投影して得られたカメラ画像の画像座標  $(x, y)$  の明るさを  $\hat{B}(x, y, n)$  とする。プロジェクタとカメラのレスポンス関数を線形と仮定すると、式 (3.5) より  $\hat{B}(x, y, n)$  は次のように表せる:

$$\hat{B}(x, y, n) = \bar{B}_{bias}(x, y) + \bar{A}(x, y) \cos\left(\bar{\phi}(x, y) + \frac{2\pi}{N}n\right). \quad (3.6)$$

ただし  $\bar{\phi}(x, y)$  は初期位相とする。カメラのレスポンス関数とは、カメラの画像面の放射照度を入力、カメラ画像の明るさを出力とする一般的に非線形な関数を示す。あるカメラ画像座標  $(x_0, y_0)$  に注目して、そのピクセルの明るさ  $\hat{B}(x_0, y_0, n)$  を  $n$  に対してプロットすると図 3.10 のようになる。ここで、得られたデータに図 3.11 のように正弦波をあてはめ、式 (3.6) の  $\bar{B}_{bias}(x, y), \bar{A}(x, y), \bar{\phi}(x, y)$  を推定する。推定は次式のように行う:

$$\bar{B}_{bias}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \hat{B}(x, y, n), \quad (3.7)$$

$$\pi^2 \bar{A}^2(x, y) = \left( \sum_{n=0}^{N-1} \frac{2\pi}{N} \hat{B}(x, y, n) \cos \frac{2\pi}{N}n \right)^2 + \left( \sum_{n=0}^{N-1} \frac{2\pi}{N} \hat{B}(x, y, n) \sin \frac{2\pi}{N}n \right)^2, \quad (3.8)$$

$$\bar{\phi}(x, y) = \tan^{-1} \frac{-\sum_{n=0}^{N-1} \hat{B}(x, y, n) \sin \frac{2\pi}{N}n}{\sum_{n=0}^{N-1} \hat{B}(x, y, n) \cos \frac{2\pi}{N}n}. \quad (3.9)$$

式 (3.9) で推定した  $\bar{\phi}(x, y)$  は、カメラ画像座標  $(x, y)$  に対応するパターン画像座標  $(u, v)$  の初期位相  $\phi(u, v)$  に等しい。そのため、 $\bar{\phi}(x, y)$  つまり  $\phi(u, v)$  から  $u$  または  $v$  を計算するこ

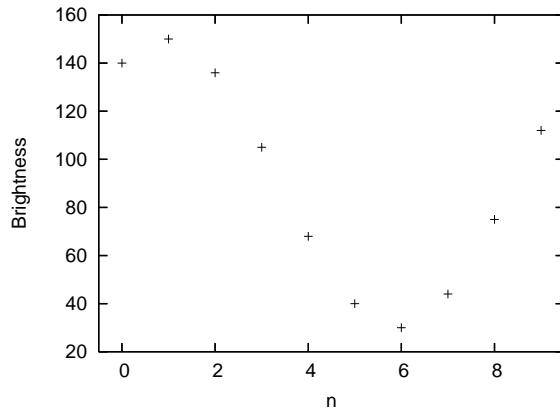


図 3.10:  $n$  に対するカメラ画像ピクセルの明るさ

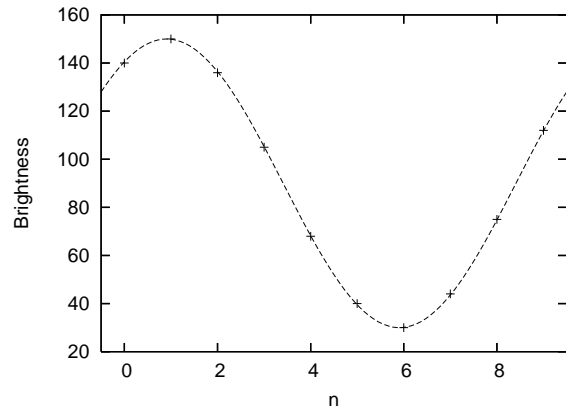


図 3.11: 正弦波のあてはめ

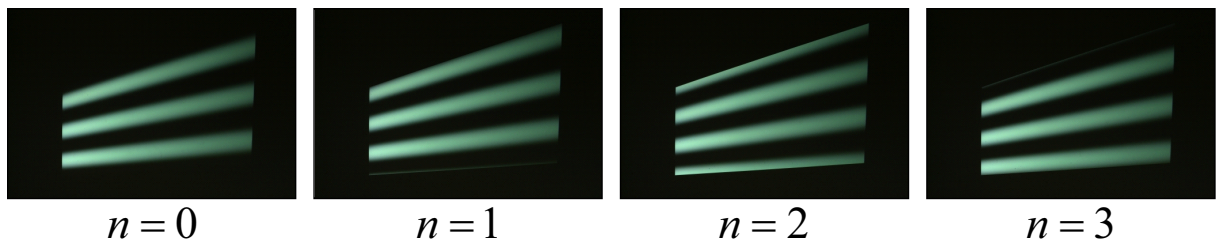


図 3.12: パターン画像が投影されていない領域がカメラ画像に含まれる場合

とができる．よって 2 度の位相シフト法により，カメラ画像座標  $(x, y)$  とパターン画像座標  $(u, v)$  の対応を一組得ることができる．この処理をカメラ画像の全てのピクセルに対して行うことで，高精度の対応点を数多く密に取得することができる．

式 (3.7) (3.9) で示した計算は，得られたデータに対して正弦波の最小 2 乗あてはめを行っていることに相当する．そのため測定回数  $N$  を大きくすることで統計的誤差が小さくなると期待される．

位相シフト法ではカメラ画像の全てのピクセルに対して対応を計算することができるが，図 3.12 のようなカメラ画像が得られる場合，カメラ画像の個々のピクセルについてパターンが投影されているかどうかを判定する必要がある．この判定には，式 (3.8) により推定する  $\bar{A}(x, y)$  を利用できる．推定した  $\bar{A}(x, y)$  について閾値処理をすることで，パターンが投影されているかどうかを判定することができる．

### 3.2.2 キャリブレーション方法

幾何学的キャリブレーションにおいて必要なのは入力画像のピクセル領域  $\bar{P}_j^p$  の頂点の座標である．しかし，カメラ画像座標  $(x, y)$  に対応する入力画像座標が  $\bar{P}_j^p$  の頂点と一致することは一般的にないため，得られた対応から  $\bar{P}_j^p$  の頂点の座標に対応するカメラ画像座標を推定する処理が必要となる．

本稿ではこの処理を次のように行った．カメラ画像座標  $(x, y)$  のピクセルについて，位相シフト法で得られた対応座標を  $c(x, y)$  とする．このとき，カメラ画像内の隣接する 4 ピクセ





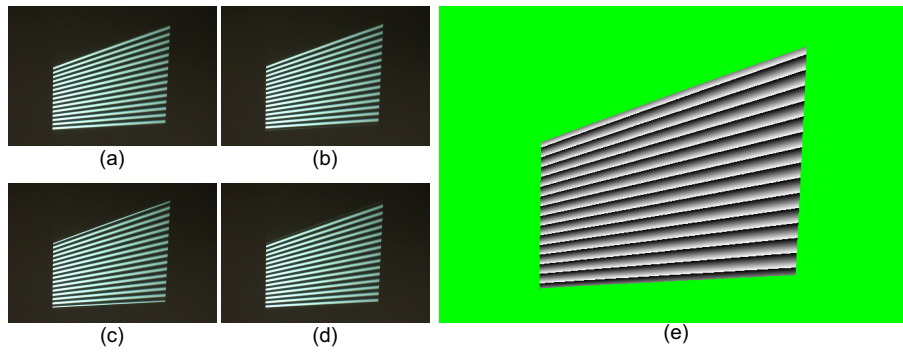


図 3.14: (a) (d) 使用したパターン画像の一部 . (e) 正規化した相対位相値 ( 緑の部分にはパターンが投影されていない ) .

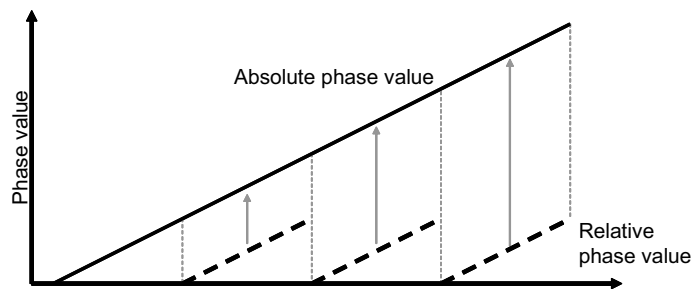


図 3.15: 位相接続

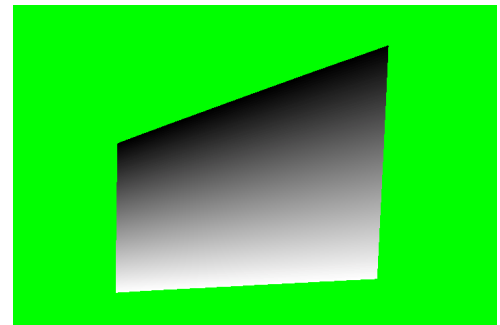


図 3.16: 正規化した絶対位相値

ンの奥行きは連続的に変化する．そのため，パターン画像に設定した初期位相  $\phi(u, v)$  が  $u, v$  に対して連続しているなら，カメラ画像から得られる絶対位相値も  $x, y$  に対して連続することになる．この，絶対位相値が連続するという仮定を用いると，図 3.15 のようにして相対位相値から絶対位相値を推定できる．図 3.14(e) に示した相対位相値に位相接続を施した結果を図 3.16 に示す．

図 3.14 のように位相オフセットが 0 となるべきピクセルがカメラ画像に含まれている場合は，位相接続のみによって相対位相値から絶対位相値を計算することができる．しかし，投影されたパターン画像の一部しかカメラ画像に写らない場合，位相接続のみでは正しい絶対位相値を推定することはできない．カメラ画像に写っていない領域にいくつ縞があるかわからないため，位相接続を行っても真の絶対位相値より  $2\pi$  の整数倍だけ小さい値が得られる．

そこで，投影されたパターン画像の一部のみがカメラ画像に写っている場合には空間コード化法を併用することにする．位相シフト法により得られた相対位相値から，空間コード化法の結果に基づいて絶対位相値を計算することで，この場合にも高精度の幾何学的キャリブレーションを行うことができる．空間コード化法のみを用いた幾何学的キャリブレーションと比べてコストがかかるが，得られる対応の精度は高くなる．



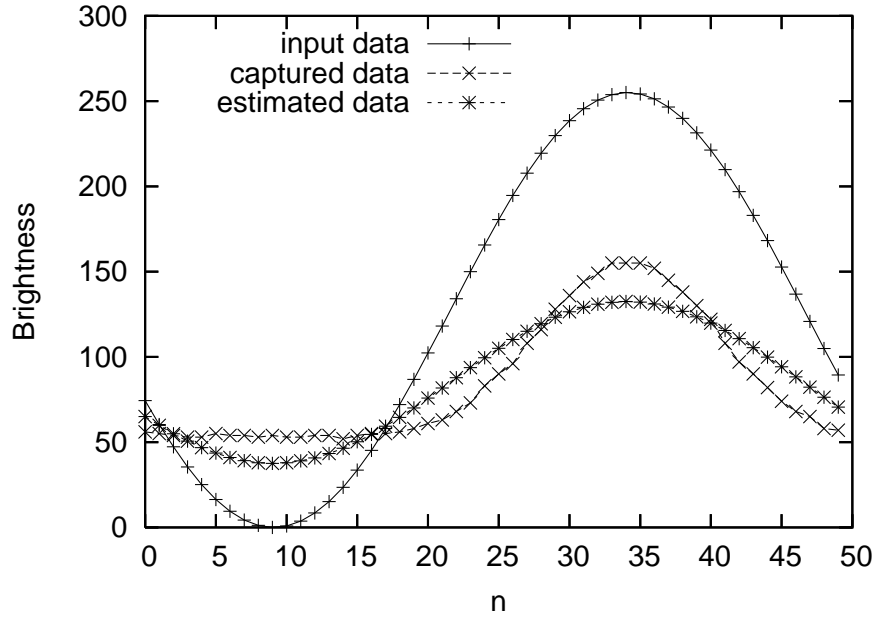


図 3.17: シミュレーションによる入力波形，撮影波形，推定波形

#### レスポンス関数による波形の歪み

もう一つの問題点として，カメラ及びプロジェクタのレスポンス関数による波形の歪みがある．本節ではいずれのレスポンス関数も線形と仮定したが，本来は非線形な関数であり，そのため式 (3.6) は厳密には成り立たない．実際，得られたデータ  $\hat{B}(x, y, n)$  に正弦波をあてはめることで推定した  $\bar{B}_{bias}(x, y)$ ， $\bar{A}(x, y)$  は真値とは程遠い値となる．しかし，このとき推定した  $\bar{\phi}(x, y)$  は真値に非常に近い値を取る．

これを示すために簡単なシミュレーションを行った．まず，カメラおよびプロジェクタのレスポンス関数を次式で表されると仮定した：

$$\rho(\beta) = \alpha\beta^\gamma. \quad (3.10)$$

ただし  $\alpha, \gamma$  は定数とする．このような過程の元で得られるカメラ画像の明るさを用いて位相シフト法を行い， $\bar{B}_{bias}(x, y)$ ， $\bar{A}(x, y)$ ， $\bar{\phi}(x, y)$  を推定した．

結果として， $n$  枚目のパターン画像の明るさ， $n$  枚目のカメラ画像の明るさ，推定したパラメータによる正弦波を図 3.17 に示す．図 3.17 の撮影波形は正弦波波形から大きく歪んでいるが，これは実際に位相シフト法を行ったときに得られる波形に酷似している．推定波形を見ると， $\bar{B}_{bias}(x, y)$ ， $\bar{A}(x, y)$  については観測波形とかけ離れた値が推定されているが，初期位相  $\bar{\phi}(x, y)$  については正しい値が推定できていることがわかる． $\bar{B}_{bias}(x, y)$ ， $\bar{A}(x, y)$ ， $\bar{\phi}(x, y)$  について，シミュレーションに実際に用いた真値と推定した値を表 3.1 に示す．図 3.17 から直観的に読み取れたように， $\bar{B}_{bias}(x, y)$ ， $\bar{A}(x, y)$  については正しくない値が， $\bar{\phi}(x, y)$  については正しい値が推定できている．このように，カメラ及びプロジェクタによるレスポンス関数が線形でなかったとしても，位相シフト法により初期位相を推定することは可能と言える．

表 3.1: シミュレーションに用いた真値と推定値

	$\bar{B}_{bias}(x, y)$	$\bar{A}(x, y)$	$\bar{\phi}(x, y)$
真値	120	100	2
推定値	85.02	47.4519	2.0054

### 3.3 従来手法との比較

提案した位相シフト法による幾何学的キャリブレーションと，文献 [12] の空間コード化法による幾何学的キャリブレーションを，精度について比較する．

#### 3.3.1 空間コード化法による幾何学的キャリブレーション

まず，幾何学的キャリブレーションに用いられてきた従来手法として，文献 [12] でも用いられた空間コード化法によるキャリブレーション [21, 22] について簡単に述べる．

##### 入力パターン画像の生成

空間コード化法は図 3.18 のように，プロジェクタから縞状のパターンを投影することで投影空間（本稿ではスクリーン）を符号化する手法である．そのためにはまず，空間を符号化するためのパターン画像を生成する必要がある．パターン画像を生成する手順を図 3.19 に示す．まず入力画像空間を適当なピクセル数ごとに分割し，各領域に連続する番号を割り振る．次に各領域に割り振った番号をグレイコードに変換する．グレイコードに変換した番号を 2 進数表示にしたときの，下から  $n$  ビット目の 0, 1 をその領域の色（黒，白）とすると， $n$  枚目のポジパターン画像が得られる．さらに  $n$  枚目のポジパターン画像の明るさを反転させることで， $n$  枚目のネガパターン画像が得られる．こうして得られた  $2n$  枚の画像を，1 枚目のポジパターン画像，1 枚目のネガパターン画像，2 枚目のポジパターン画像，という順でプロジェクタから投影していくことで，投影空間を符号化していく．

##### カメラ画像からの対応の取得

パターン画像を投影し，投影空間を撮影して得られたカメラ画像に対する処理を図 3.20 に示す．図 3.20 上段に示したパターン画像を投影し，投影空間を撮影したカメラ画像を図 3.20 中段に示している． $n$  枚目のポジパターン画像を投影・撮影したカメラ画像と  $n$  枚目のネガパターン画像を投影・撮影したカメラ画像に対して，2 枚の画像の全てのピクセルについて明るさを比較し，ポジパターン画像投影時の方が明るければそのピクセルを白に，ネガパターン画像投影時の方が明るければそのピクセルを黒にすると，図 3.20 下段のような 2 値画像が得られる． $n$  枚の 2 値画像の各ピクセルの色（黒，白）を (0, 1) に対応させることで，図 3.21 のようにして，カメラ画像の各ピクセルに対してその投影空間に割り振られた番号を復号することができる．このとき，カメラ画像に写った投影空間を，復号結果番号により領域分割することができる．投影空間を分割した，各復号結果番号の領域を図 3.22 に示す．これまでは入力画像空間を横に分割したパターンで投影空間

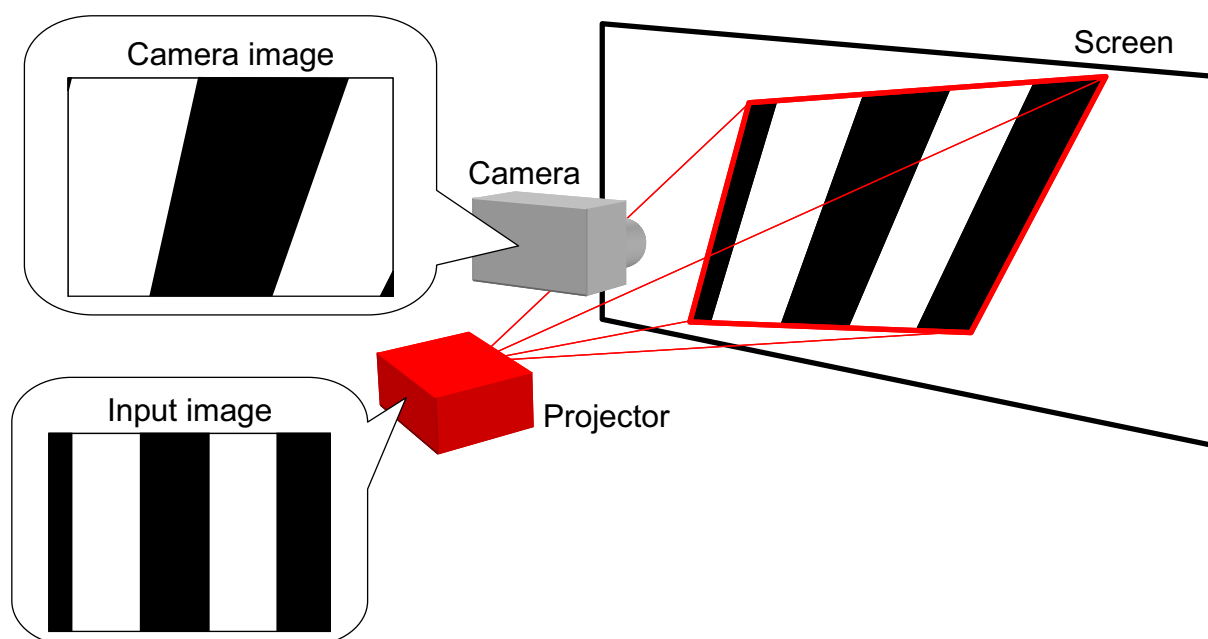


図 3.18: 空間コード化法におけるパターン投影と撮影の様子

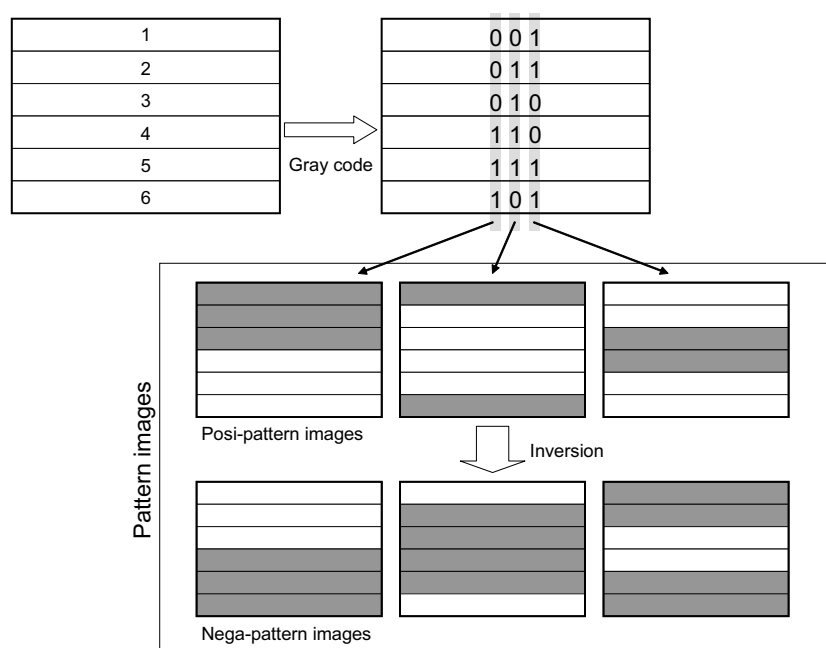


図 3.19: 空間コード化法で使用するパターン画像の生成手順

を符号化してきたが，入力画像空間を縦に分割したパターンを使って同様の処理を行い，投影空間を2次的に符号化して領域分割した結果の例を図 3.23 に示す．

入力画像空間を1ピクセルずつ分割して上述した処理を行うことができれば，図 3.23 中の各領域は入力画像のピクセルに相当する．そのため，図 3.23 から各領域の頂点の座標を取得することで幾何学的キャリブレーションを行うことができる．本稿では各符号領域のエッジを抽出して局所的に直線をあてはめ，2直線の交点の座標を計算することで各符号領域の頂点の座標を取得した．

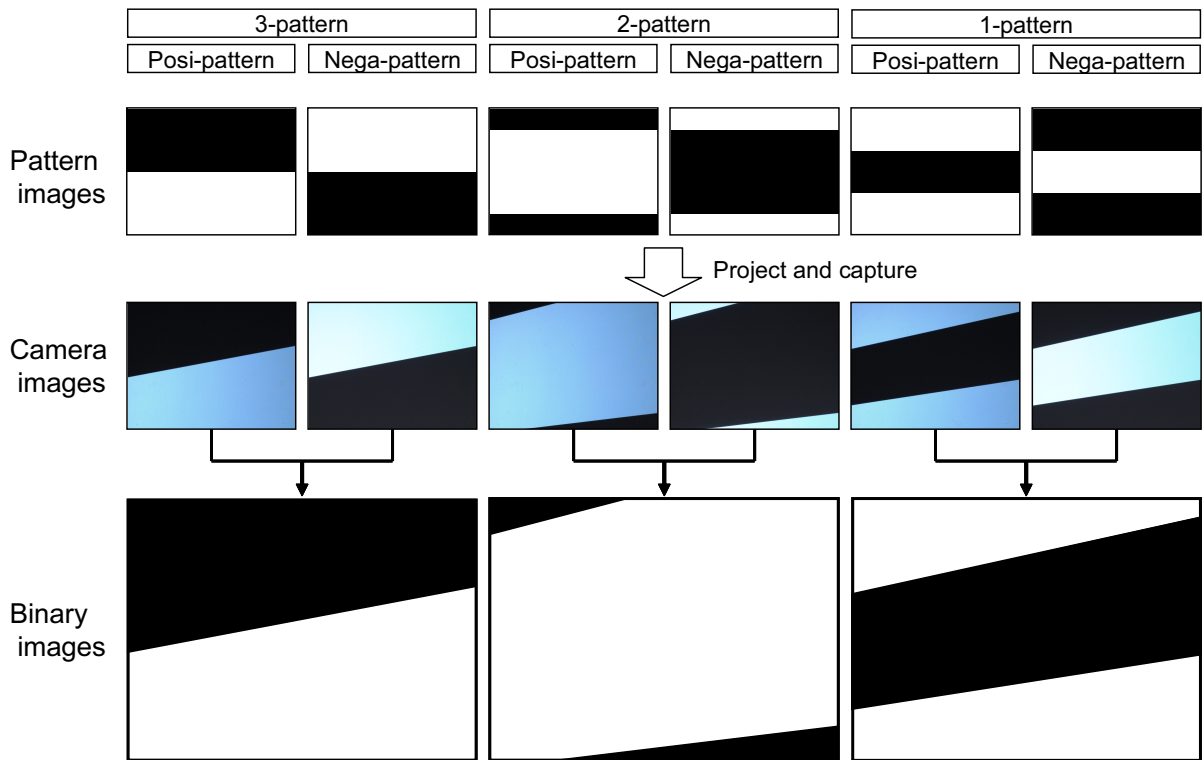


図 3.20: パターン画像を投影・撮影したカメラ画像に対する処理

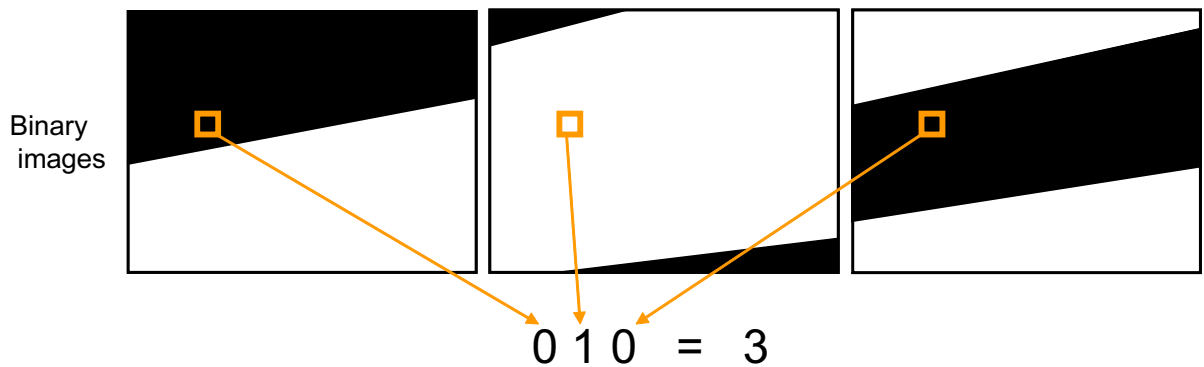


図 3.21: 2 値画像からの復号処理

ただし，カメラ画像に写るプロジェクタのピクセルがカメラ画像のピクセルよりも小さいとき，入力画像空間を 1 ピクセルごとに分割して空間コード化法を行うと，カメラ画像の隣接するピクセルの復号結果番号が連続しない場合がある．カメラ画像のあるピクセルの復号結果番号が  $G$ ，そのピクセルに隣接するピクセルの復号結果番号が  $G + 2$  であるとき， $G$  の領域と  $G + 1$  の領域の境界エッジ及び  $G + 1$  の領域と  $G + 2$  の領域の境界エッジを抽出することができない．この場合，復号結果番号が連続するよう入力画像空間を複数ピクセルごとに分割して空間コード化法を行う．入力画像空間を 4[pixel] ごとに分割して空間コード化法を行うと図 3.24 のような結果が得られる．ただし，カメラ画像座標の  $(x_1, y_1)$ ， $(x_2, y_2)$ ， $(x_3, y_3)$ ， $(x_4, y_4)$  の点がそれぞれ入力画像座標の  $c(x_1, y_1)$ ， $c(x_2, y_2)$ ， $c(x_3, y_3)$ ， $c(x_4, y_4)$  の点に対応する． $c(x_1, y_1) - c(x_4, y_4)$  からなる四角形の内部に存在する，

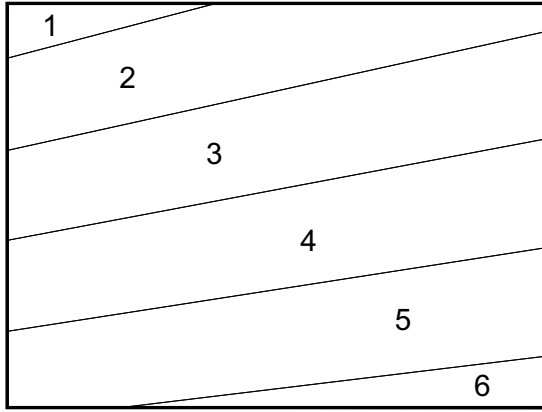


図 3.22: カメラ画像から復号した，投影空間に割り振られた番号の例．直線は領域境界を示す．

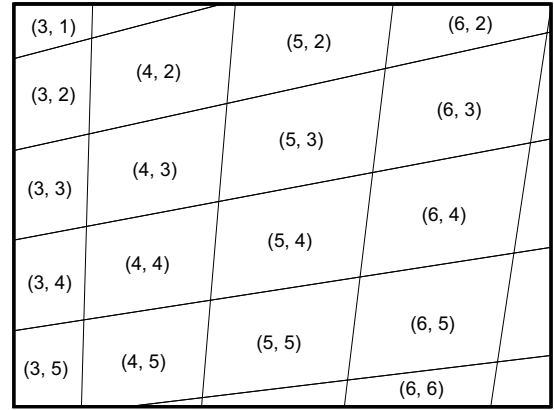


図 3.23: 2 次元的に符号化された投影空間の復号結果の例．格子は領域境界を示す．

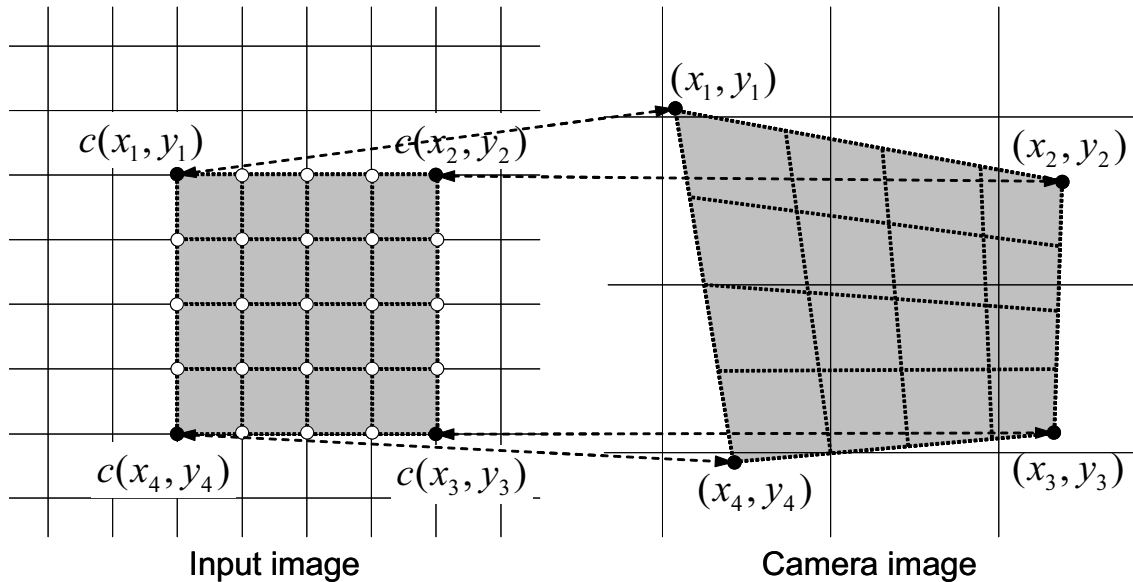


図 3.24: 入力画像空間を 4[pixel] ごとに分割して行った空間コード化法により得られた，対応している四角形領域．格子はピクセルの境界を， $\circ$  は対応するカメラ画像座標を推定しなくてはならない点を示す．

対応するカメラ画像座標を推定しなくてはならない点を，図 3.24 に  $\circ$  で示した．このとき，図 3.13 に示した位相シフト法の場合と同じように， $c(x_1, y_1) - c(x_4, y_4)$  からなる四角形と  $(x_1, y_1) - (x_4, y_4)$  からなる四角形の関係が局所的に射影変換で関係付けられると仮定する．すると，これらの点に対応するカメラ画像座標は  $(x_1, y_1) - (x_4, y_4)$  と  $c(x_1, y_1) - c(x_4, y_4)$  の対応から計算したホモグラフィ行列によって計算できる．

空間コード化法においても，位相シフト法と同様，カメラ画像の各ピクセルについてパターンが投影されているかどうかを判定する必要がある．本稿ではカメラ画像の各ピクセルについて次に示す値  $L$  を計算し，閾値処理によって判定した．パターンを投影していないときの明るさを  $B^{bias}$ ， $n$  枚目のポジパターン画像を投影したときの明るさを  $B_n^{posi}$ ， $n$  枚

目のネガパターン画像を投影したときの明るさを  $B_n^{nega}$  とすると、 $L$  は次式で表される:

$$L = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ (B_n^{posi} - B^{bias})^2 + (B_n^{nega} - B^{bias})^2 \right\}. \quad (3.11)$$

### 3.3.2 比較方法

前節で提案した位相シフト法によるキャリブレーション結果と、ここまで述べてきた空間コード化法によるキャリブレーション結果について精度を比較する方法を述べる。

精度を比較するために、位相シフト法を再度行う。ただし、プロジェクタから投影するパターン画像は、カメラ画像が図 3.8 に示したパターン画像となるようにそれぞれの手法によるキャリブレーション結果を用いて生成する。つまり、パターン画像座標  $(u, v)$  に対応するカメラ画像座標を  $(x(u, v), y(u, v))$  とすると、パターン画像の  $(u, v)$  の明るさ  $B(u, v, n)$  を次式で決めることになる:

$$B(u, v, n) = B_{bias} + A \cos \left( \phi(x(u, v), y(u, v)) + \frac{2\pi}{N} n \right). \quad (3.12)$$

ただし、 $B(u, v, n)$  は  $N$  回投影・撮影を行ううちの  $n$  回目のパターン画像の明るさを表し、 $B_{bias}$ 、 $A$  は定数とする。 $\phi(x, y)$  はカメラ画像座標  $(x, y)$  に対して、位相シフト法と同様に定めた初期位相を示す。

両方法はその性質の違いから、プロジェクタの解像度とカメラのその大小関係に精度の優劣が依存すると考えられる。そこで、2 つの場合について調べた。1 つはプロジェクタから投影するパターンが全てカメラ画像に写っている場合。この場合、カメラ画像の 170562[pixel] にプロジェクタの 786432[pixel] から投影されたパターンが写っている。つまり、このときはカメラの解像度よりもプロジェクタの解像度の方が高いと言える。もう 1 つは投影パターンの一部がカメラ画像に写っている場合。この場合には、カメラ画像の 345600[pixel] にプロジェクタの 176592[pixel] から投影されたパターンが写っている。このときはカメラの解像度よりもプロジェクタの解像度の方が低いと言える。投影パターンが全てカメラ画像に写っている場合の、目標とするカメラ画像を図 3.25(a) に、式 (3.12) により生成したプロジェクタへ入力するパターン画像を図 3.25(b) に、図 3.25(b) を入力画像として得られたカメラ画像を図 3.25(c) に示す。図 3.25(c) は図 3.25(a) の一部を切り出したような画像となっている。投影パターンの一部がカメラ画像に写っている場合の同様の画像を図 3.26 に示す。

$n$  を増やすと目標とするカメラ画像の明るさの位相がシフトしていき、それによりカメラ画像の明るさの位相もシフトしていく。このとき得られるカメラ画像により位相シフト法を行うと、幾何学的キャリブレーションが理想的に行えていたなら、カメラ画像座標  $(x, y)$  のピクセルについて得られる対応座標の値が  $(x, y)$  となる。実際には幾何学的キャリブレーションに誤差が生じるため、得られる対応座標の値は誤差  $(dx, dy)$  を伴った  $(x + dx, y + dy)$  となる。このとき、 $d = \sqrt{dx^2 + dy^2}$  を幾何学的キャリブレーションの精度の指標とすることができる。

### 3.3.3 比較結果

本節で述べた比較方法により、位相シフト法を用いた幾何学的キャリブレーションと空間コード化法を用いた幾何学的キャリブレーションの精度を実験で評価し比較した。

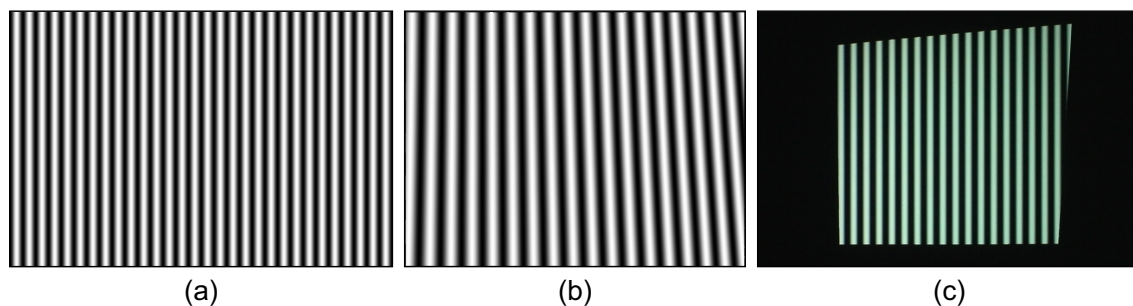


図 3.25: (a) 目標とするカメラ画像 . (b) 生成したプロジェクタへ入力するパターン画像 . (c) 得られたカメラ画像 .

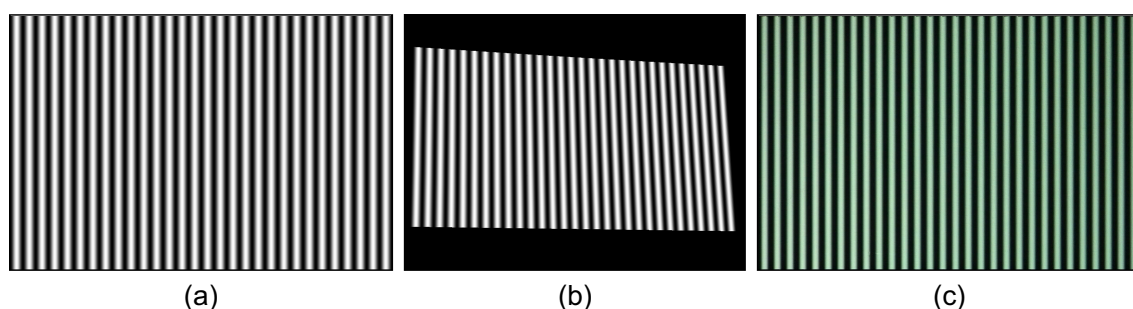


図 3.26: (a) 目標とするカメラ画像 . (b) 生成したプロジェクタへ入力するパターン画像 . (c) 得られたカメラ画像 .

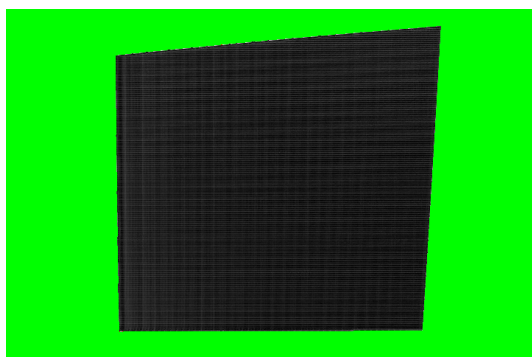


図 3.27: 位相シフト法による幾何学的キャリブレーションの評価結果

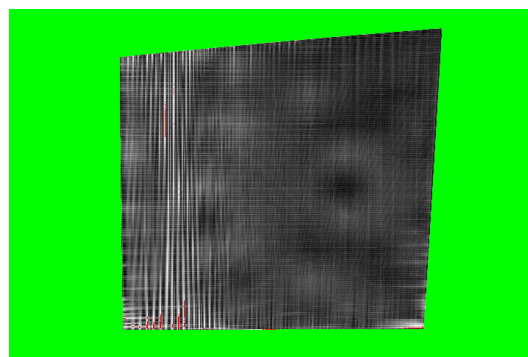


図 3.28: 空間コード化法による幾何学的キャリブレーションの評価結果

まず，図 3.25 に示したようなカメラの解像度よりもプロジェクタの解像度の方が高い場合について評価を行った．図 3.27 に位相シフト法による幾何学的キャリブレーションの評価結果を，図 3.28 に空間コード化法による幾何学的キャリブレーションの評価結果を示す．ただしこれらの図は，各ピクセルについて計算した  $d$  を 510 倍し，この値をグレイスケールとして表示したものである．つまり， $d = 0$  のピクセルは黒に， $d = 0.5$  のピクセルは白になる．また  $0.5 < d$  のピクセルは赤に，対応が得られなかったピクセルは緑にしている． $d$  が計算できたピクセルのほとんどで，位相シフト法による幾何学的キャリブレーションの方が  $d$  が小さくなっている．



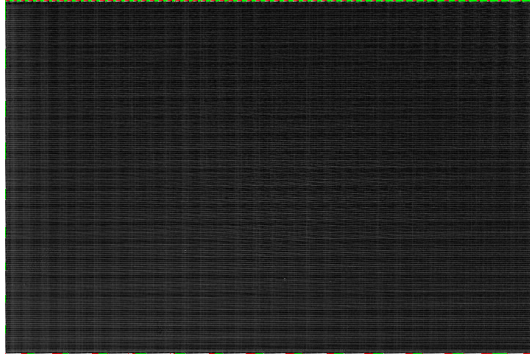


図 3.29: 位相シフト法による幾何学的キャリブレーションの評価結果

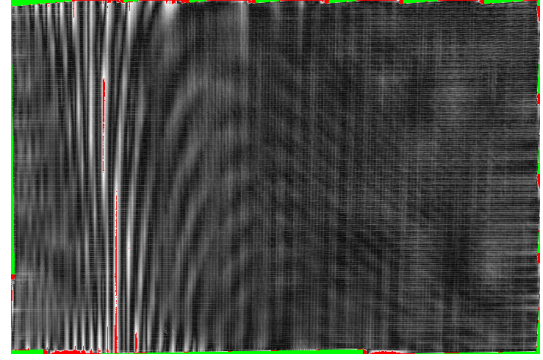


図 3.30: 空間コード化法による幾何学的キャリブレーションの評価結果

表 3.2: 幾何学的キャリブレーションの評価ノルム平均 [pixel]

	パターンが全て写っている場合	パターンの一部が写っている場合
位相シフト法	0.00455334	0.00728501
空間コード化法	0.0237963	0.0293348

続いて図 3.26 に示したような，カメラの解像度よりもプロジェクタの解像度の方が低い場合について評価を行った．投影パターンの一部がカメラ画像に写っている場合について評価を行った．図 3.29 に位相シフト法による幾何学的キャリブレーションの評価結果を，図 3.30 に空間コード化法による幾何学的キャリブレーションの評価結果を示す．先の結果と同様，ほとんどのピクセルで位相シフト法による幾何学的キャリブレーションの方が  $d$  が小さくなっている．

評価において各ピクセルについて得られた  $d$  を平均した値を，表 3.2 に示す．明らかに位相シフト法による幾何学的キャリブレーションの方が精度がよいと言える．以上の比較実験より，位相シフト法による幾何学的キャリブレーションの方が空間コード化法による幾何学的キャリブレーションよりも精度がよいと言える．さらにその差は，カメラ画像上でのプロジェクタの解像度が上がるほど（カメラ画像にプロジェクタ投影像がより小さく写るほど）大きくなると言える．

### 3.4 光学的キャリブレーション

次に  $F^p(\cdot)$  を推定する光学的キャリブレーションの方法を述べる．

カメラのレスポンス関数を  $F(\cdot)$  とする．するとスクリーン上の重畳画像をカメラで撮影したときのカメラ画像  $\hat{\mathbf{B}}$  は，式 (2.21)，(2.24) より次式で表される：

$$\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{F}(\hat{\mathbf{R}}) \quad (3.13)$$

$$= \mathbf{F}(\mathbf{W}^1 \mathbf{D}^1 + \mathbf{W}^2 \mathbf{D}^2 + \dots) \quad (3.14)$$

$$= \mathbf{F}(\mathbf{W}^1 \mathbf{F}^1(\mathbf{B}^1) + \mathbf{W}^2 \mathbf{F}^2(\mathbf{B}^2) + \dots). \quad (3.15)$$

ただし， $\hat{\mathbf{B}}$  はカメラ画像の  $j$  番目のピクセルの明るさ  $\hat{B}_j$  を要素とするベクトルである．カメラのレスポンス関数を既知とすると，式 (3.14) より，幾何学的キャリブレーションを行



うことで  $\mathbf{D}^1, \mathbf{D}^2, \dots$  と  $\hat{\mathbf{B}}$  の関係を同定できることがわかる．このとき， $\mathbf{F}^p(\cdot)$  は式 (2.18) のように定義されているため， $f^p$  に何らかの関数を仮定することで  $\mathbf{B}^1, \mathbf{B}^2, \dots$  から  $\hat{\mathbf{B}}$  を計算できるようになる．そこで， $\mathbf{B}^p$  と  $\hat{\mathbf{B}}$  の対応を用いて，関数  $f^p$  を同定することにする．

本稿では  $f^p(\cdot)$  を多項式関数と仮定し， $p$  番目のプロジェクタについて  $f^p(\cdot)$  の各項の係数を推定する． $p$  番目のプロジェクタ以外の全てのプロジェクタへの入力画像を，全てのピクセルの明るさが 0 の画像とすると，式 (3.15) は次のように表せる：

$$\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{F}(\mathbf{W}^p \mathbf{F}^p(\mathbf{B}^p)). \quad (3.16)$$

$\mathbf{B}^p$  は任意に設定できる入力画像を表し， $\hat{\mathbf{B}}$  はカメラ画像を表しているため，ある入力画像に対するカメラ画像を取得することで  $\mathbf{B}^p$  と  $\hat{\mathbf{B}}$  の対応を取得することができる．得られた対応のうち， $n$  番目の入力画像を  $\mathbf{B}_n^p$ ，それに対応するカメラ画像を  $\hat{\mathbf{B}}_n$  とする．ここで次式に示す最適化を非線形最適化により行うことで， $f^p(\cdot)$  の各項の係数を推定する． $f^p(\cdot)$  の各項の係数について

$$\sum_n \|\hat{\mathbf{B}}_n - \mathbf{F}(\mathbf{W}^p \mathbf{F}^p(\mathbf{B}_n^p))\|^2 \rightarrow \min. \quad (3.17)$$

## 第4章 重畳投影により得られる画像の特性

本章では，重畳投影により実現される画像の特性について考える．画質を評価するため，重畳投影が実現する画像をシミュレーションによって計算する．具体的には，2章で述べた重畳投影のモデルを用いて入力画像から重畳画像への順計算を行い，その結果得られた画像の画質を評価した．なおここでは画質とは，重畳投影が実現する画像が，どれだけ目標とする画像に近いかと考える．目視による主観的評価の他に，式(2.23)のL2ノルムの大きさによっても評価する．以下では重畳投影によって得られる解像度を向上させた画像を重畳画像と呼ぶ．

以下，最初に，目標画像から入力画像を得る逆計算に，式(2.23)で述べたL2ノルムを最小化する最適化法を用いる場合を調べる．そこでは，順計算と同じ重畳投影のモデルを使用する．最適化法は，重畳投影による最良の結果を生み出すと期待されるので，この場合の画質の評価は，重畳投影そのものの可能性を評価することと同じである．そこでは，使用プロジェクタ数を変えたときに画質がどのように変動するかをまず調べ(4.1節)，次に目標画像そのものの性質が画質にどのように影響するするかを調べる(4.2節)．さらにその後，目標画像の全体的な明るさを変化させたときに，画質がどのように変化するかを調べる(4.3節)．その後，[12]で用いられた線形フィルタ法を用いたときの，重畳画像の画質について述べる(4.4節)．

まず，式(2.18)で定義したプロジェクタのレスポンス関数  $F^p(\cdot)$  を，全てのプロジェクタについて傾き1の比例関数とする．このとき式(2.21)は次式で表される：

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{W}^1 \mathbf{B}^1 + \mathbf{W}^2 \mathbf{B}^2 + \cdots . \quad (4.1)$$

また，プロジェクタからスクリーンに画像が投影される際の画像の歪みは射影変換で表せるとする．本章ではさらに，全てのプロジェクタについてこのホモグラフィ行列がわかっていると仮定する．この仮定により全てのプロジェクタについて  $\mathbf{W}^p$  を計算できることになる．

また本章で述べるシミュレーション実験では全てのプロジェクタの入力画像を  $40[\text{pixel}] \times 30[\text{pixel}]$ ，目標画像を  $80[\text{pixel}] \times 60[\text{pixel}]$  としている．これは，第2章で述べたように入力画像や目標画像を大きくすると多くの計算量とメモリ量が必要となるので，それを避けるためである．スクリーンに投影された入力画像と目標画像の位置関係を，プロジェクタを3台使用するときを例に図4.1に示す．

重畳投影のシミュレーションを行う手順を次に示す．ただし，プロジェクタ台数を  $N$ ，目標画像を  $\hat{\mathbf{R}}$  とする．

1. 使用する  $N$  台のプロジェクタとスクリーンの関係から  $\mathbf{W}^p$  ( $p = 1, 2, \dots, N$ ) を計算する．

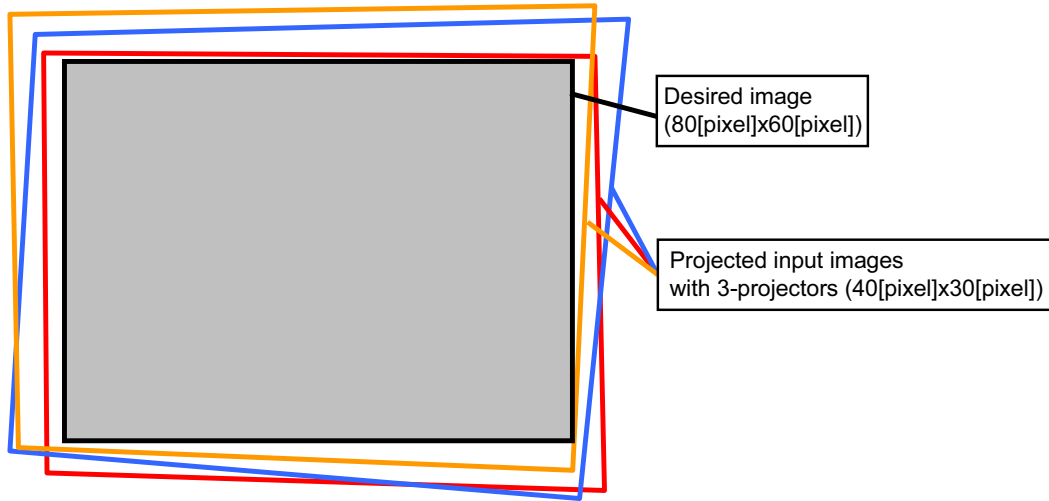


図 4.1: 投影された入力画像と目標画像の位置関係の例（プロジェクタ 3 台使用時）

2. 設定された目標画像  $\tilde{\mathbf{R}}$  に対して，式 (2.23) 及び式 (4.1) で表される不等式制約付 2 次最適化問題を最急降下法で解くことで， $\{B_j^p\} (p = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots)$  を決定する．これにより各プロジェクタへの入力画像  $\mathbf{B}^p (p = 1, 2, \dots, N)$  が決定される．
3. 決定した  $\mathbf{B}^p (p = 1, 2, \dots, N)$  により得られる重畳画像  $\hat{\mathbf{R}}$  を，式 (4.1) により計算する．

## 4.1 使用プロジェクタ数と再現精度の関係

第 1 章で，重畳投影により高解像度の画像を投影できること，解像度の向上は使用したプロジェクタの数に比例して向上するわけではないことを述べた．本節ではこれらを確認するため，使用プロジェクタ数と再現精度の関係を示す．

### 4.1.1 実験結果

図 4.2(a) に示した画像を目標画像として，使用プロジェクタ数  $N$  を  $N = 1, 3, 5, 10, 30$  と変えながら画像合成を行った．得られた重畳画像を図 4.2(b) (f) に示す．使用プロジェクタ数を増やしていくことで，目標画像をより細部まで再現できていることが伺える．また，画像合成時に最小化した L2 ノルム  $\|\tilde{\mathbf{R}} - \hat{\mathbf{R}}\|^2$  を  $\tilde{\mathbf{R}}$  の要素数で割って得られる，重畳画像 1 ピクセルあたりの残差をプロットした図を図 4.3 に示す．図 4.3 からは，使用プロジェクタ数を増やしていくことで重畳画像が目標画像に近づいていく様子が数値で確認できる．

これらの結果から，重畳投影を行うことで高解像度の画像が得られること，使用するプロジェクタを増やすことでより高解像度の画像が得られることが示された．

## 4.2 目標画像の性質と再現精度の関係

簡単のため 1 次元画像の単純化した例で考える．図 4.4 に目標画像として示したギャップ画像を重畳画像として再現したいとする．このとき，ギャップの左エッジとピクセル境

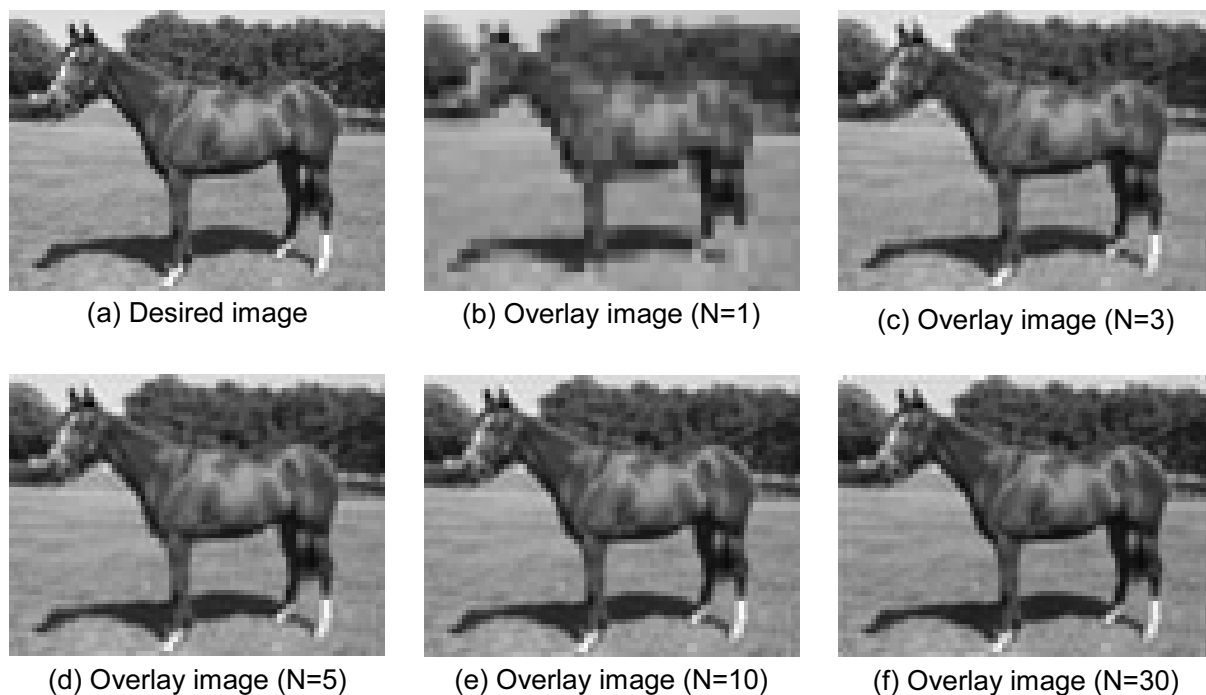


図 4.2: 使用プロジェクタ数  $N$  を変化させたときの，重畳投影により得られる画像の変化

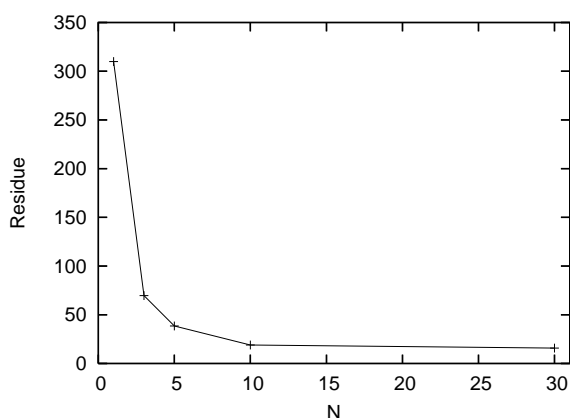


図 4.3: 図 4.2(a) を目標画像としたときの，使用プロジェクタ数  $N$  と残差の関係

界が一致するプロジェクタ 1 と，ギャップの右エッジとピクセル境界が一致するプロジェクタ 2 があれば，図 4.4 のようにギャップ画像を完全に再現することができる．実際には，プロジェクタの台数は限られている上に画像は 2 次元であるため，目標画像のピクセル境界と完全に境界が一致するピクセルがある可能性は低い．しかし，境界が近ければそれだけ最小化すべきノルム（式 (2.23) の左辺の値）を小さくすることができるため，この例が示すことには普遍性がある．つまり，図 4.4 の目標画像のように特定のピクセルの値が落ち込んでいる画像に対しては，重畳投影による再現精度向上のポテンシャルは非常に大きいと言える．

一方で，図 4.5 に目標画像として示したインパルス画像を重畳画像として再現しようと考えてみる．先の例とは異なり，インパルスの左エッジとピクセル境界が一致するプロジェクタ，インパルスの右エッジとピクセル境界が一致するプロジェクタに加え，さらに

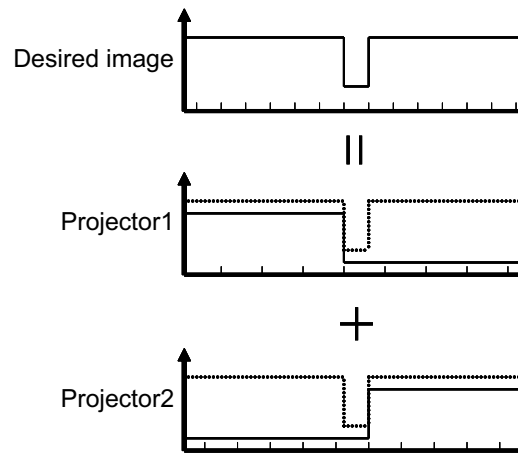


図 4.4: ギャップの再現．横軸の刻みはピクセル境界を表す．十分な数のプロジェクタが空間を埋め尽くしていれば，入力画像によっては完全にそれを再現できる可能性がある．

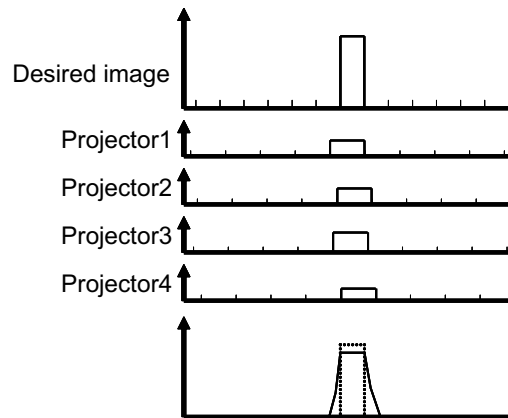


図 4.5: インパルスの再現．横軸の刻みはピクセル境界を表す．十分な数のプロジェクタがあってもこの信号は再現できない．

他のプロジェクタがあったとしても，目標画像を完全に再現することはできないことがわかる．つまり，図 4.5 の目標画像は図 4.4 の目標画像の明暗を反転させただけであるにもかかわらず，重畳投影による再現精度には限界があるということである．仮に無数のプロジェクタがあったとしてもこれは変わらない．この画像による再現精度の非対称性は，式 (2.23) 中の不等式制約によるものである．

以上の直観的な直観的な分析を確かめるために，シミュレーション実験を行った．

#### 4.2.1 実験結果

図 4.6 に目標画像とした 2 種の画像を示す．これらの画像は互いに明暗を反転させた関係にある．この白い背景に黒文字の画像（以下黒文字画像とする）と黒い背景に白文字の画像（以下白文字画像とする）を目標画像として画像合成を行い，得られた重畳画像の再現精度を評価した．

図 4.7 に実験結果画像を示す． $N = 1$  のときの重畳画像が極端に暗いのは，プロジェクタが画像を投影する領域より重畳画像として画像を再現する領域の方が小さいために式

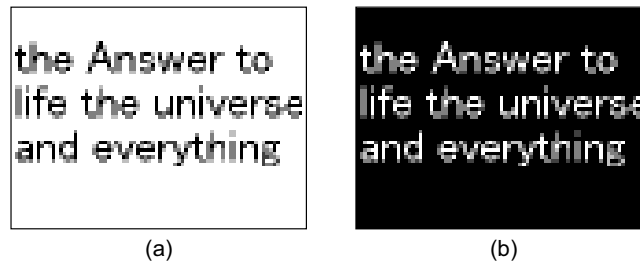


図 4.6: 目標画像．(a) 白い背景に黒文字．(b) 黒い背景に白文字．

(2.11) 中の  $Q_j^p / \bar{Q}_j^p$  が小さい値を取り，それにより放射エネルギーが不足することによる．また，図 4.8 に残差をプロットした図を示す．図 4.7，4.8 からは，複数のプロジェクタを用いることで，1 台のプロジェクタによる投影では判読不能な文字列が十分判読可能なほどに再現精度が向上することが見て取れる．これは図 4.6 のいずれの画像を目標画像としたときにも言える．

細部を詳細に見るために，図 4.9 に赤色で示した領域の放射輝度をプロットする．黒文字画像を目標画像としたときの，目標画像，プロジェクタを 3 台使用したときの重畳画像，プロジェクタを 10 台使用したときの重畳画像についてプロットした図を，図 4.10 に示す．白文字画像を目標画像としたときの同様の図を図 4.11 に示す．図 4.10 では，プロジェクタを 3 台使用したときよりプロジェクタを 10 台使用したときの方が，ほとんどの点で目標画像の値に近付いていることがわかり，よりよく目標画像を再現していると言える．また図 4.11 では，目標画像の波形に対して，プロジェクタを 3 台使用したときの波形は大きく鈍っている一方で，プロジェクタを 10 台使用したときの波形は比較的良好に再現していると言える．こうして得られた結果は，全て 4.1 節の結果を裏付ける．

さらに図 4.7 からは，黒文字画像を目標画像としたとき（左列）と白文字画像を目標画像としたとき（右列）で再現精度が大きく異なることも見て取れる．黒文字画像を目標画像としたときの方が，総じて文字がくっきりと見える傾向がある．一方白文字画像を目標画像としたときは，使用プロジェクタ数を増やしても全体的にぼやけたような画像が得られた．図 4.8 からは，黒文字画像を目標画像としたときの残差が白文字画像を目標画像としたときの残差を常に下回っていることが見て取れ，上述した印象を裏付けている．さらに図 4.10，4.11 から同様のことが言える．

以上をまとめると次のように言える．

**結果 1.** 重畳画像の再現精度には目標画像の性質に依存する．特に白地に黒文字の文書画像に代表される性質を持つ画像は，黒地に白文字の文書画像のそれよりも良い再現精度を持つ傾向がある．

### 4.3 目標画像の放射輝度と再現精度の関係

$K$  台の同一性能のプロジェクタによって重畳投影を行ったならば，理論上得られる重畳画像の最大の放射輝度は 1 台のときの  $K$  倍となる．スクリーン上の画像の放射輝度はプロジェクション表示における重要なファクタであり，一般的に大きければ大きいほど良いとされる．そこで本節では，投影しようとする画像，すなわち目標画像の放射輝度と再現精度の関係について述べる．

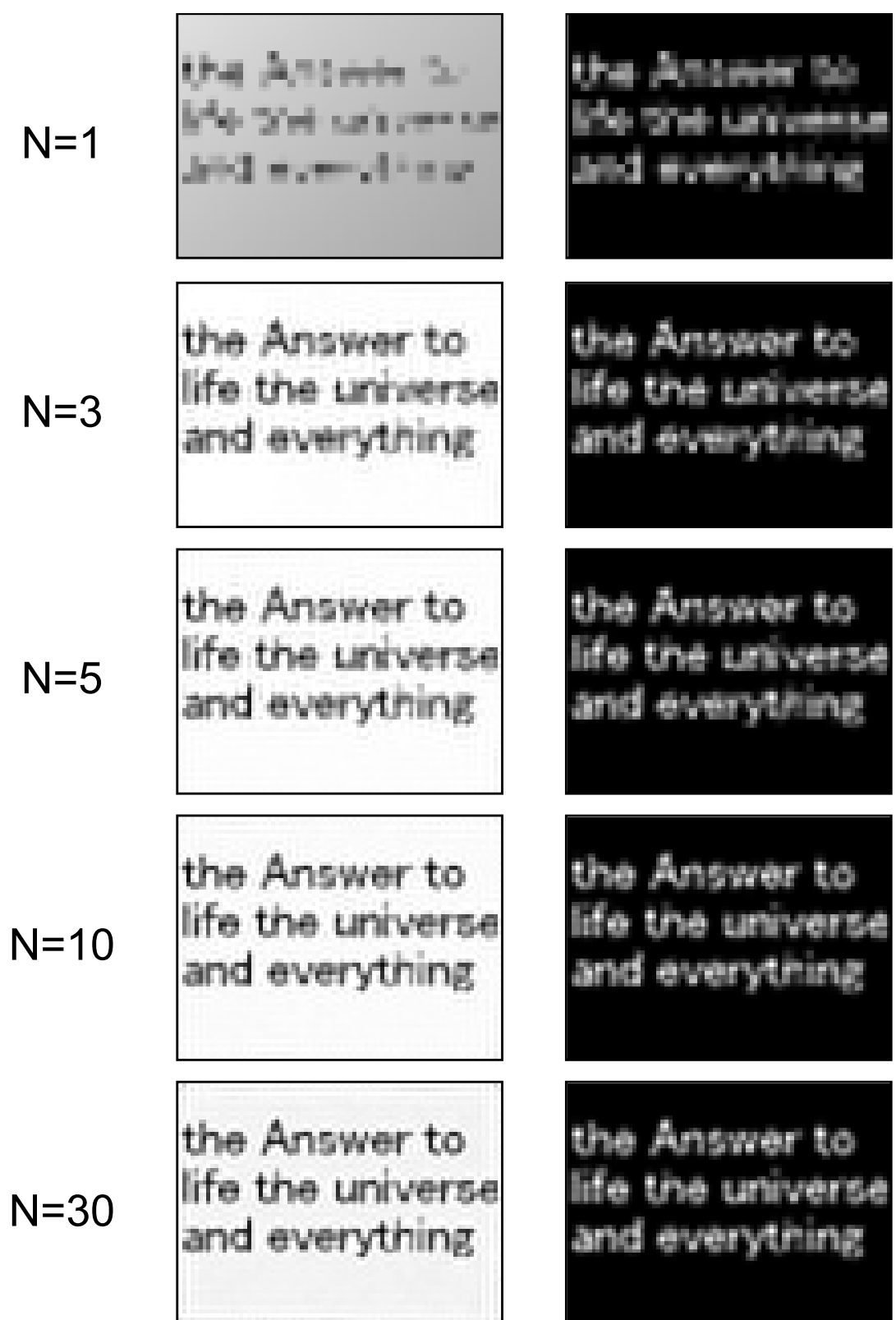


図 4.7: 使用プロジェクタ数  $N$  を変化させたときの、重畳投影により得られる画像の変化

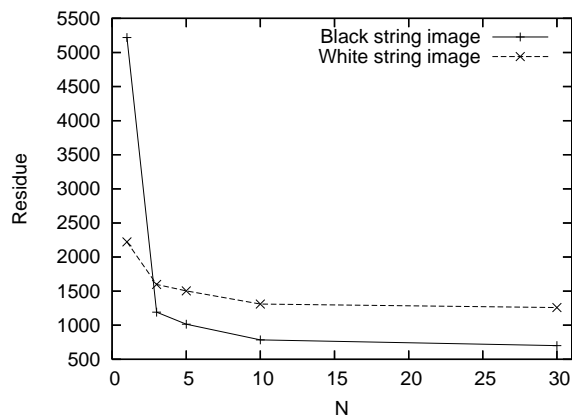


図 4.8: 使用プロジェクタ数と残差の関係

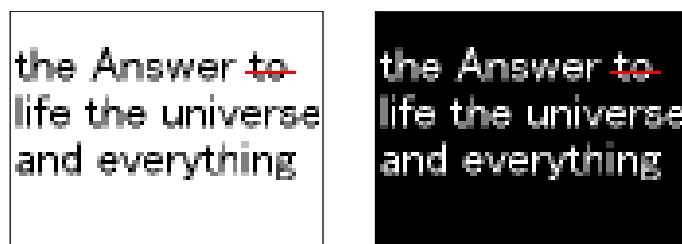


図 4.9: 値をプロットする領域

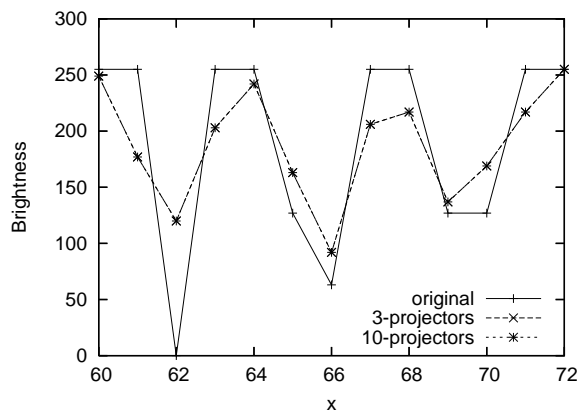


図 4.10: 黒文字画像を目標画像とした場合の値の変化

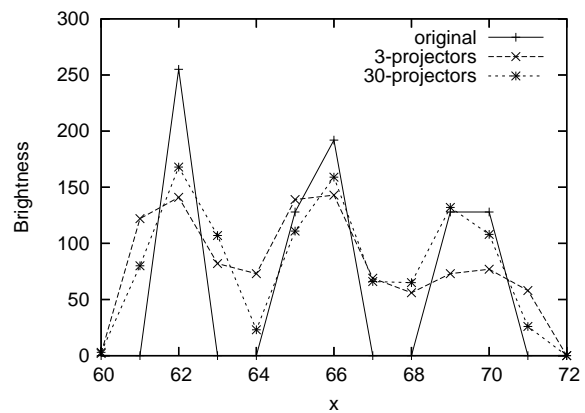


図 4.11: 白文字画像を目標画像とした場合の値の変化

重畳画像のあるピクセルの放射輝度を大きくするには、そのピクセルに影響を与える入力画像のピクセルの明るさを大きくしなければならない。しかし式(2.23)に示したように、入力画像のピクセルの明るさには限界がある。そのため、あるプロジェクタへの入力画像のピクセルの明るさが上限に達してしまったときには、他のプロジェクタへの入力画像のピクセルの明るさを大きくするしかなくなる。したがって、目標画像のピクセルの放射輝度が一定以上に大きくなると、各プロジェクタへの入力画像についてピクセルの明るさの自由度が失われるため、得られる重畳画像の再現精度が低下することが直観的に予想される。これを確かめるためシミュレーション実験を行った。



### 4.3.1 実験結果

使用プロジェクタ数  $N$  を  $N = 5$  とし、図 4.6 に示した黒文字画像と白文字画像の放射輝度を  $\alpha$  倍した画像を目標画像として、係数  $\alpha$  を変化させながら画像合成を行った。

図 4.12 に、 $\alpha = 1, 2, 3, 4$  として得られた重畳画像の放射輝度を  $1/\alpha$  した画像を示す。図 4.12 より、図 4.6 のいずれの画像を用いた場合でも  $\alpha$  を大きくするにつれて再現精度が低下していくことがわかる。黒文字画像を用いた場合と白文字画像を用いた場合を比べると、黒文字画像を用いた場合の方が再現精度の落ち方が大きいことがわかる。白文字画像を用いた場合にも再現精度は低下しているものの、その落ち方は小さい。前者は  $\alpha = 1$  ではシャープだった画像が  $\alpha$  が大きくなるにつれてボケを加えられているように見えるのに対して、後者は元々ある程度ボケていた画像がさらに若干ボケた程度に見えるに留まる。

この傾向は、図 4.13 に示す放射輝度の係数  $\alpha$  と残差の関係をプロットした図により明らかになる。ただし図 4.13 は、係数  $\alpha$  に対して、最適化後の 1 ピクセルあたりの残差を  $1/\alpha^2$  した値をプロットしたものである。黒文字画像を用いた場合では、画像の印象通り、 $\alpha$  の増加に伴って残差が急速に増加している。白文字画像を用いた場合では、こちらも画像の印象通り、 $\alpha$  の増加に対して残差も増加するものの、その増加は黒文字画像を用いた場合に比べてわずかである。

細部を詳細に見るために、図 4.9 に赤色で示した領域について、放射輝度を  $1/\alpha$  した値をプロットする。黒文字画像を用いた場合の、目標画像、 $\alpha = 1$  の場合、 $\alpha = 4$  の場合に対してプロットした図を図 4.14 に示す。白文字画像を用いた場合の同様の図を図 4.15 に示す。図 4.14 について  $\alpha = 1$  の場合と  $\alpha = 4$  の場合を比較すると、 $\alpha = 1$  の場合の方がずっとよく目標画像の値を再現していると言える。一方、図 4.15 について  $\alpha = 1$  の場合と  $\alpha = 4$  の場合を比較すると、 $\alpha = 1$  の場合の方がよく目標画像の値を再現していると言えるが、黒文字画像を用いた場合ほど両者の違いは顕著ではない。

こうした現象の原因は、 $\alpha$  を変えたときの入力画像を比較すると明らかとなる。黒文字画像を用いて、 $\alpha = 1$  とした場合の各プロジェクタへの入力画像を図 4.16 に、 $\alpha = 4$  とした場合の各プロジェクタへの入力画像を図 4.17 に示す。図 4.16 と図 4.17 を比べると、 $\alpha = 1$  とした場合は、全体的に値が小さいだけでなく文字の近傍ところどころに値が極端に大きい点や小さい点が存在している。これは、重畳画像のあるピクセルの放射輝度を目標画像の放射輝度に近付けるときに、各プロジェクタから均等な量のエネルギーを放射するよりも一部のプロジェクタから必要なエネルギーのほとんどを放射し他のプロジェクタからは放射しない方が、再現精度のよい重畳画像を得ることができることを示している。つまり、重畳画像のピクセルに対して各プロジェクタが放射するエネルギーの比率が大きく偏っていると言える。一方  $\alpha = 4$  とした場合は入力画像はいずれも全体的に明るく、 $\alpha = 1$  とした場合のような偏りが小さいと言える。これらのことから、 $\alpha = 1$  のときと  $\alpha = 4$  のときでは、明らかに入力画像に許される自由度が異なっていることがわかる。

一方、白文字画像を用いた場合はそのような傾向は弱い。白文字画像を用いて、 $\alpha = 1$  とした場合の各プロジェクタへの入力画像を図 4.18 に、 $\alpha = 4$  とした場合の各プロジェクタへの入力画像を図 4.19 に示す。黒文字画像を用いて  $\alpha = 1$  とした場合に見られたプロジェクタ同士の偏りは、白文字画像を用いた場合には  $\alpha = 1$  のときでも図 4.18 のようにそもそも小さい。これは図 4.5 に示したように、文字のような細線を再現するには各プロジェクタがある程度均等に明るさを分担するのが最適だからだと考えられる。 $\alpha$  が大きくなると、図 4.19 のように不均一性は高くなるが、その変化は小さい。

このように上述した予想が確かめられた。以上をまとめると次のように言える。

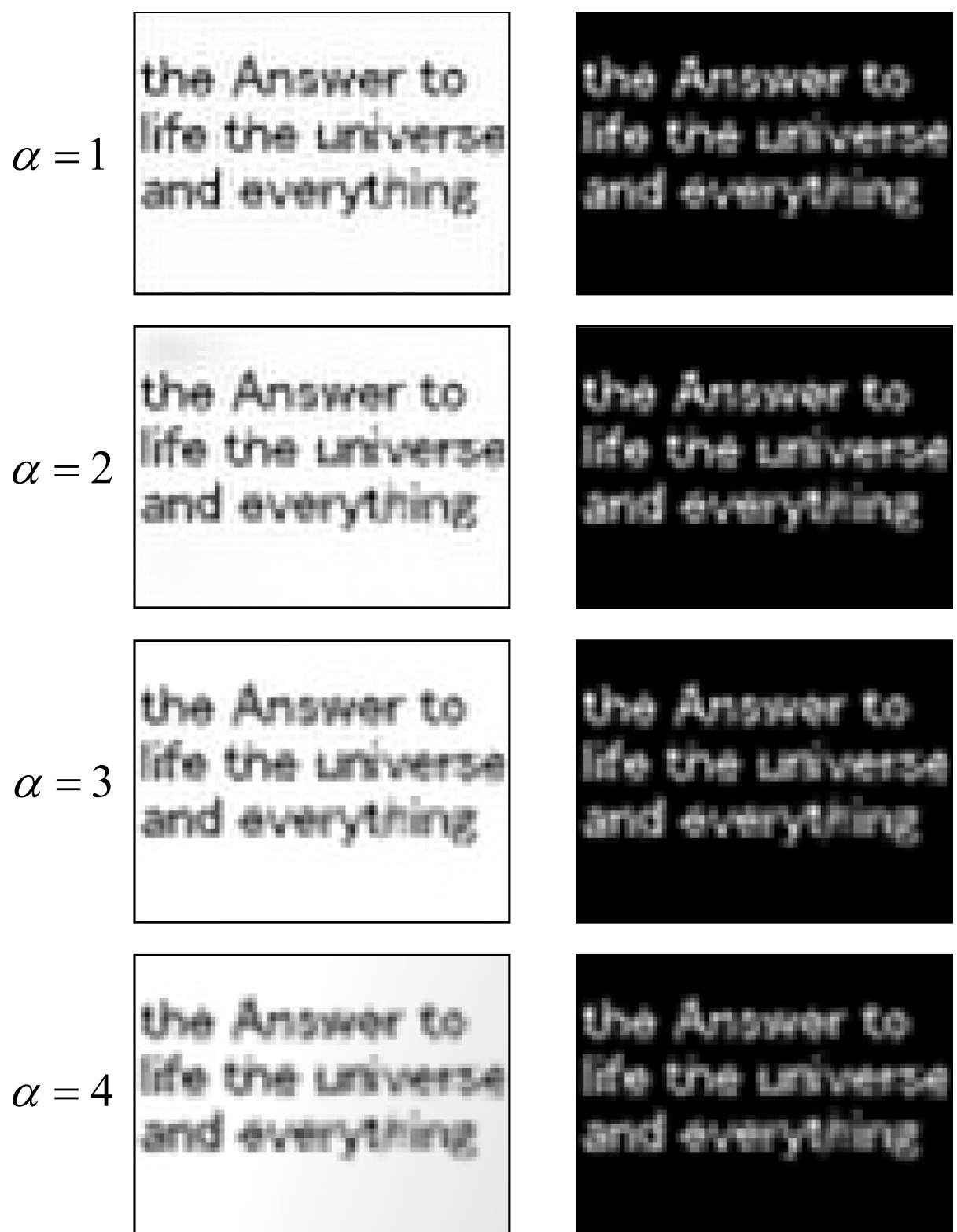


図 4.12: 入力画像の放射輝度の係数  $\alpha$  を変化したときの、重畳投影により得られる画像の変化

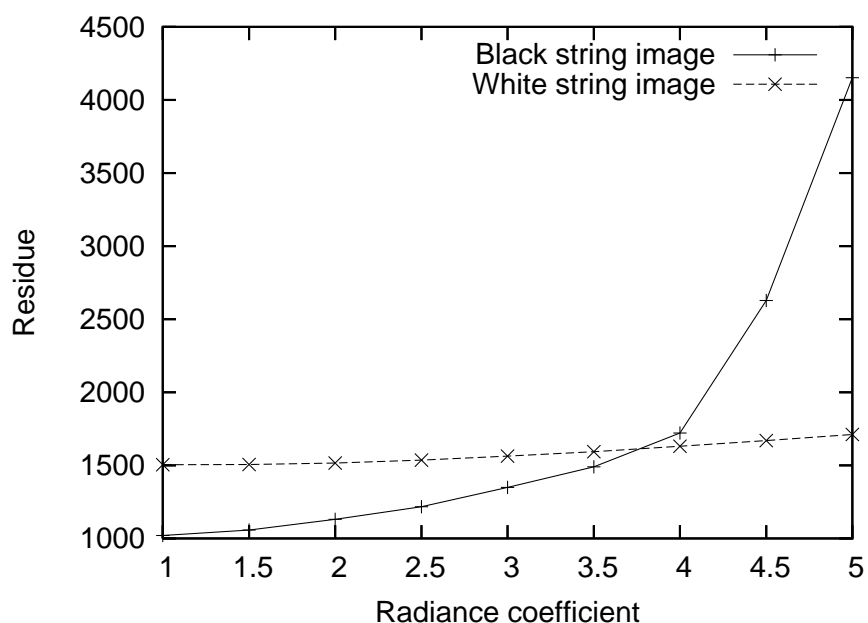


図 4.13: 放射輝度の係数  $\alpha$  と残差の関係

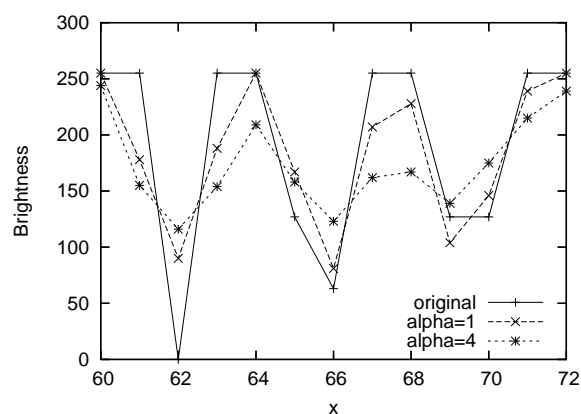


図 4.14: 黒文字画像を目標画像とした場合の明るさの変化

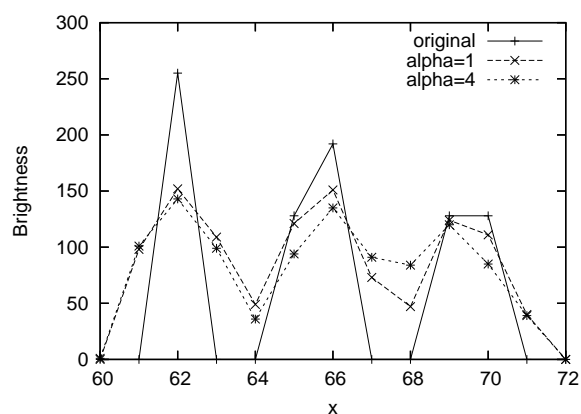


図 4.15: 白文字画像を目標画像とした場合の明るさの変化

結果 2. 一般的に、目標画像の放射輝度を大きくすると再現精度が低下する傾向がある。特に白地に黒文字の文書画像に代表される性質を持つ画像ではその傾向が強く、逆に黒地に白文字の文書画像のそれではその傾向は弱い。

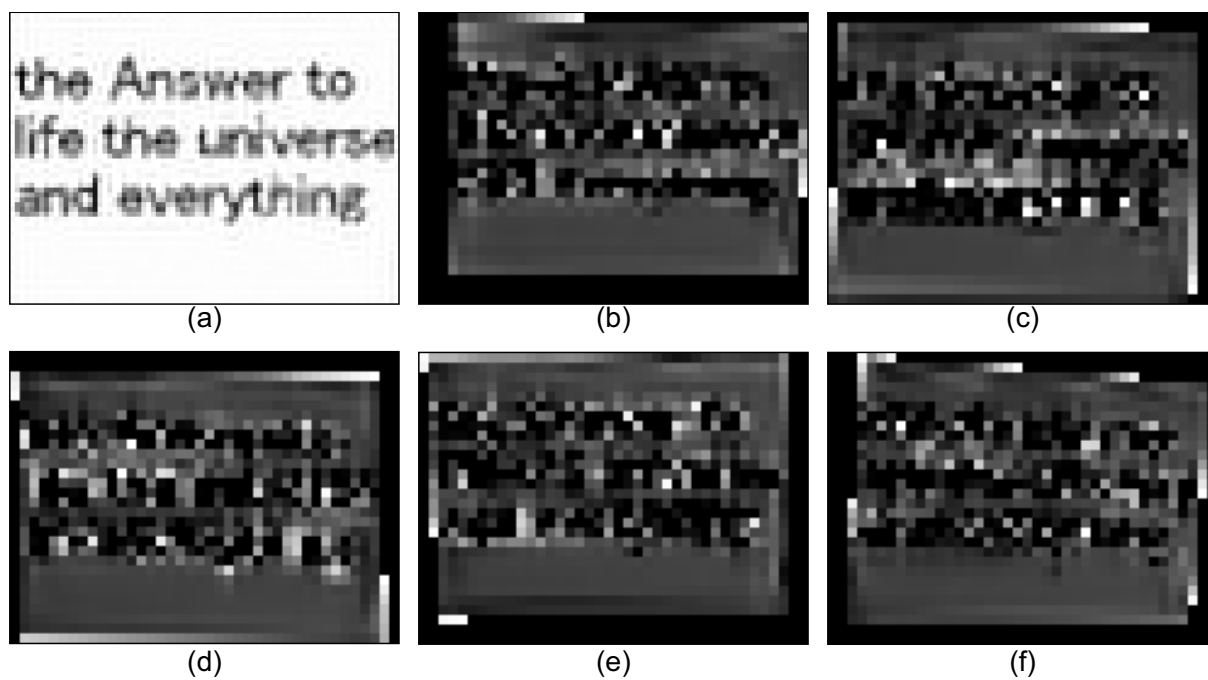


図 4.16: 黒文字画像を目標画像とし,  $N=5, \alpha=1$  とした場合の実験結果画像. (a) 得られた重畳画像. (b) (f) 各プロジェクタへの入力画像.

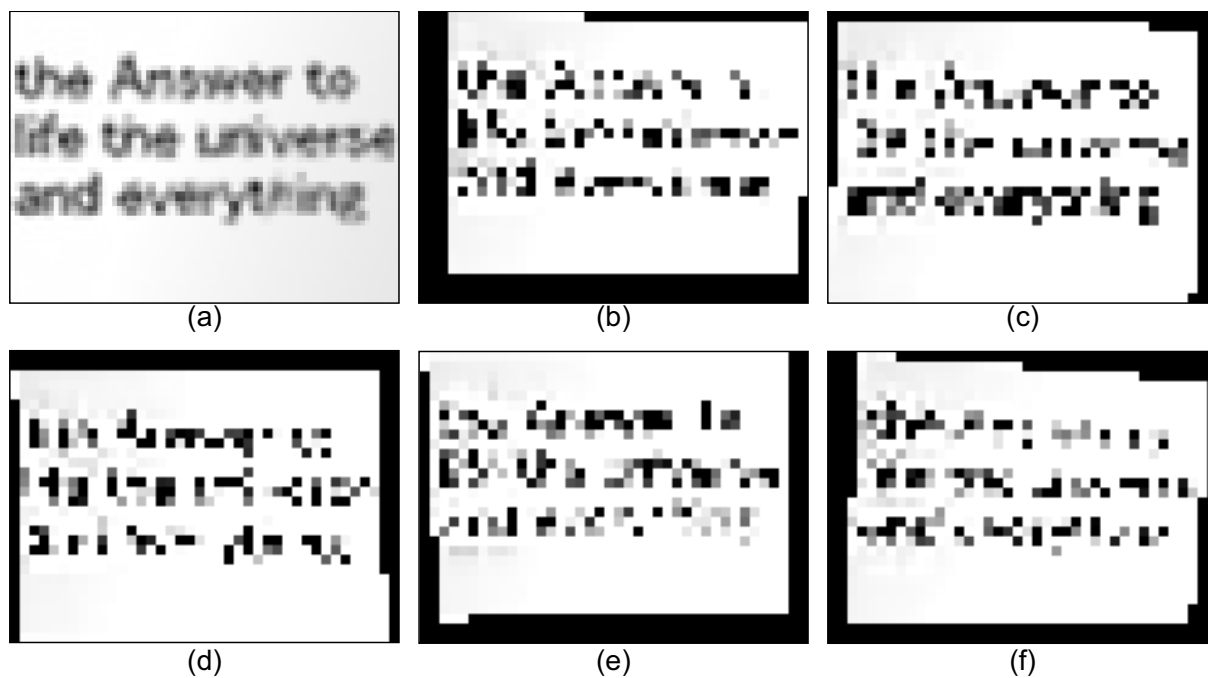


図 4.17: 黒文字画像を目標画像とし,  $N=5, \alpha=4$  とした場合の実験結果画像. (a) 得られた重畳画像. (b) (f) 各プロジェクタへの入力画像.

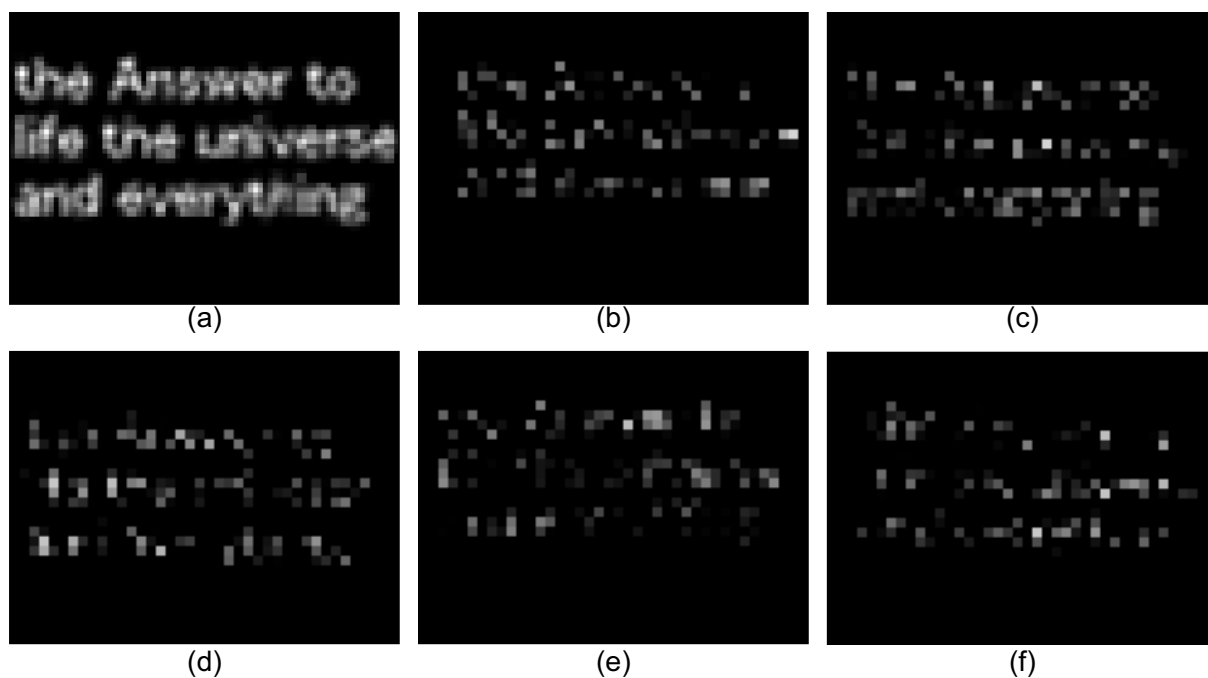


図 4.18: 白文字画像を目標画像とし,  $N = 5, \alpha = 1$  とした場合の実験結果画像 . (a) 得られた重畳画像 . (b) (f) 各プロジェクトへの入力画像 .

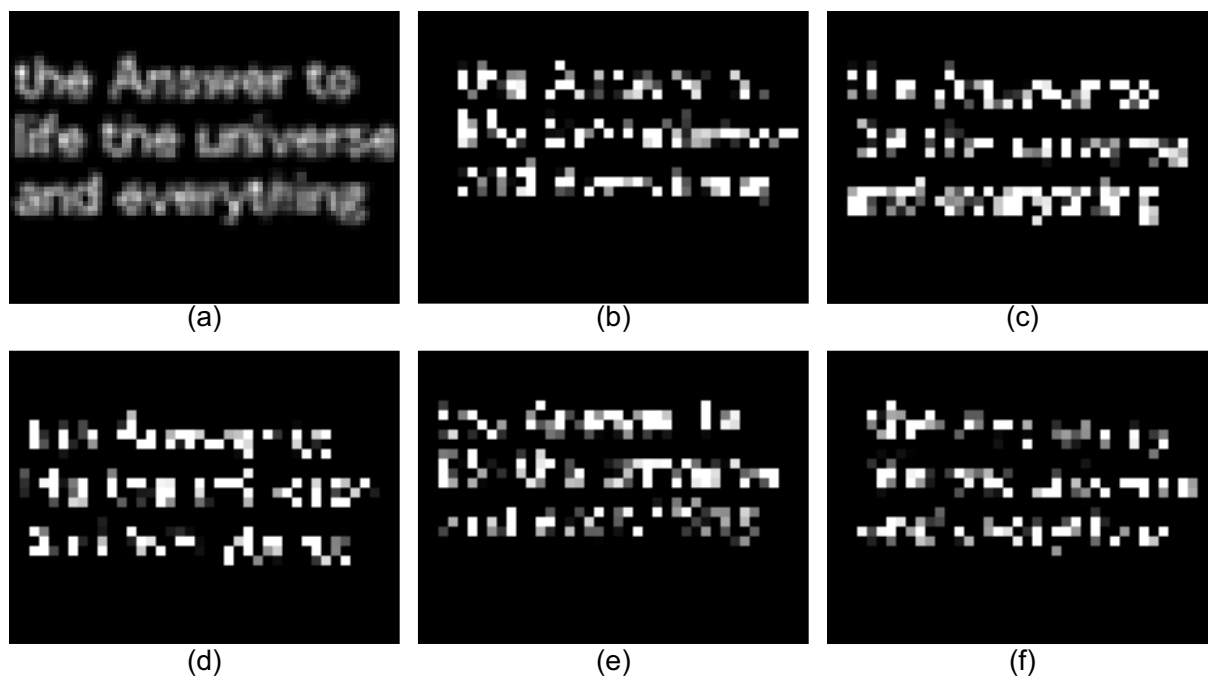


図 4.19: 白文字画像を目標画像とし,  $N = 5, \alpha = 4$  とした場合の実験結果画像 . (a) 得られた重畳画像 . (b) (f) 各プロジェクトへの入力画像 .

## 4.4 線形フィルタ法の性質

### 4.4.1 問題点の指摘

目標画像  $\hat{\mathbf{R}}$  に対して線形フィルタ法により得られる重畳画像  $\hat{\mathbf{R}}$  は、式 (2.25, 2.28) より次のように表せる：

$$\hat{\mathbf{R}} = \sum_p \mathbf{W}^p \check{\mathbf{B}}^p \quad (4.2)$$

$$= \sum_p \mathbf{W}^p \left( \sum_h \tilde{R}_h {}^h\check{\mathbf{B}}^p \right) \quad (4.3)$$

$$= \sum_h \left\{ \tilde{R}_h \sum_p (\mathbf{W}^p {}^h\check{\mathbf{B}}^p) \right\}. \quad (4.4)$$

$\sum_p \mathbf{W}^p {}^h\check{\mathbf{B}}^p$  はピクセル  $h$  のインパルスの最適近似を表すので、得られる重畳画像は、目標画像をインパルスの最適近似によって拡散させた画像となる。したがって、この手法によって得られる重畳画像の再現精度はインパルスの最適近似の再現精度に依存すると言える。もしインパルスの最適近似が図 2.5 のような完全なインパルス画像となれば、線形フィルタ法によって目標画像を完全に再現できることになる。逆に、インパルスの最適近似としてインパルス画像をぼかした画像しか得られなかったときは、線形フィルタ法による重畳画像の再現精度は悪くなる。

重畳投影によって得られるインパルスの再現精度は、まさに図 4.5 を使って 4.2 節で議論した内容そのものである。そこでの結論は、図 4.4 のような周囲より暗い線の場合に比べて、図 4.5 のような周囲より明るい線の場合は、一般に再現精度が落ちるというものだった。つまり、インパルスの再現は重畳投影の最も不得手とするものである。

線形フィルタ法は、上述のように、各インパルスの最適近似を実現する入力画像を使って画像をピクセルごとに再構成する手法である。この手法では、重畳投影が最も苦手とする単一ピクセルのインパルスの再現を常に経由するため、目標画像の再現精度は悪く、重畳投影による利点を得られない。図 4.5 に示したように、インパルスの最適近似はある程度裾の伸びた分布になる。分布の形はどのピクセルでも大体同じであろうから、得られる重畳画像は、この裾の伸びた分布によって目標画像を畳み込んでボカした画像になると予想される。以上の指摘を確かめるためにシミュレーション実験を行った。

### 4.4.2 シミュレーション実験

4.4 節で述べたインパルス画像を目標画像とし、使用プロジェクタ数  $N$  を  $N = 10$  として、画像合成を行った。画像の周囲を除くピクセルにおける、インパルスの最適近似の平均を図 4.20 に示す。再現しようとしたインパルスは、中央のピクセルにのみ 1 の高さを持つものである。投影された入力画像のピクセルの大きさは、平均的に図 4.20 のグリッドの XY 方向にそれぞれ 2 倍程である。図 4.20 のように、投影された入力画像のピクセルよりも広がり小さい分布を実現できているものの、分布の裾はある程度広がっており、したがって目標画像をシャープに表現することは望めないことがわかる。

続いて、線形フィルタ法により得られた重畳画像を図 4.21 に示す。ただし、図 4.20 に見られるように、各ピクセルのインパルス最適近似はその積分が常に 1 (元のインパルス

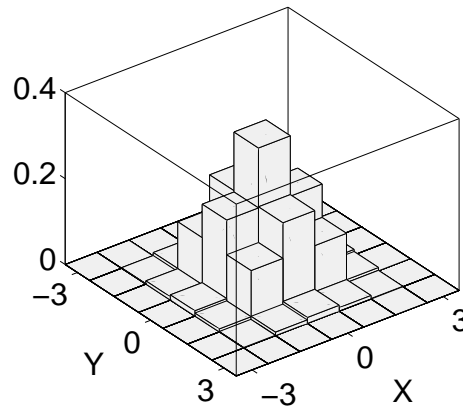


図 4.20: インパルスの最適近似の全ピクセルにわたる平均．XY 平面のグリッドが重畳画像のピクセルに相当．近似対象とした入力インパルスの高さは 1．

の値の積分)を超えてしまうので，得られる重畳画像は目標画像より常に大きい放射輝度を持つ．したがって図 4.21 では重畳画像の放射輝度を適当に正規化して表示している．図 4.21 から，いずれの図からも，線形フィルタ法による重畳画像は最適化法による重畳画像と比べて再現精度が低下しており，シャープネスが低下していることがわかる．また，図 4.21(b) の結果では再現精度の低下が顕著である一方，図 4.21(c) の結果ではそれほどでもない．

図 4.9 に赤色で示した範囲の放射輝度を，目標画像，線形フィルタ法により得られた重畳画像，最適化法により得られた重畳画像についてプロットした図を図 4.22 - 4.25 に示す．図 4.22，4.23 から，線形フィルタ法による重畳画像よりも最適化法による重畳画像の方が高い再現精度を示すことが見て取れる．図 4.24，4.25 から，線形フィルタ法による重畳画像よりも最適化法による重畳画像の方が再現精度が高いと言えるが，その差は黒文字画像を目標画像としたときほど顕著ではない．

これらは前項での議論を裏付ける．つまり，白文字画像のような画像は図 4.5 のようなインパルス画像に近い性質を持っているため，画像をインパルスに分解してピクセルごとに再構成を行う線形フィルタ法でもそれなりによい結果が得られている．

以上は次のようにまとめられる．

**結果 3.** 線形フィルタ法は，最適化法と比べると，総じて結果の画像のシャープネスが低下する．最適化法でも不得手な画像（白文字画像やインパルス画像など）に対しては，線形フィルタ法でもそれに近い結果を出せるが，最適化法が得意な，つまり重畳投影による再現精度向上が顕著に見られる画像（黒文字画像など）に対しては，線形フィルタ法ではよい再現精度は得られない．

## 4.5 適応的最適化

### 4.5.1 トレードオフの利用

最適化法による重畳画像は総じて線形フィルタ法による重畳画像よりも良い再現精度を示す．しかし，最適化法の実行に要する計算量とメモリ量は膨大である．例えば入力画像

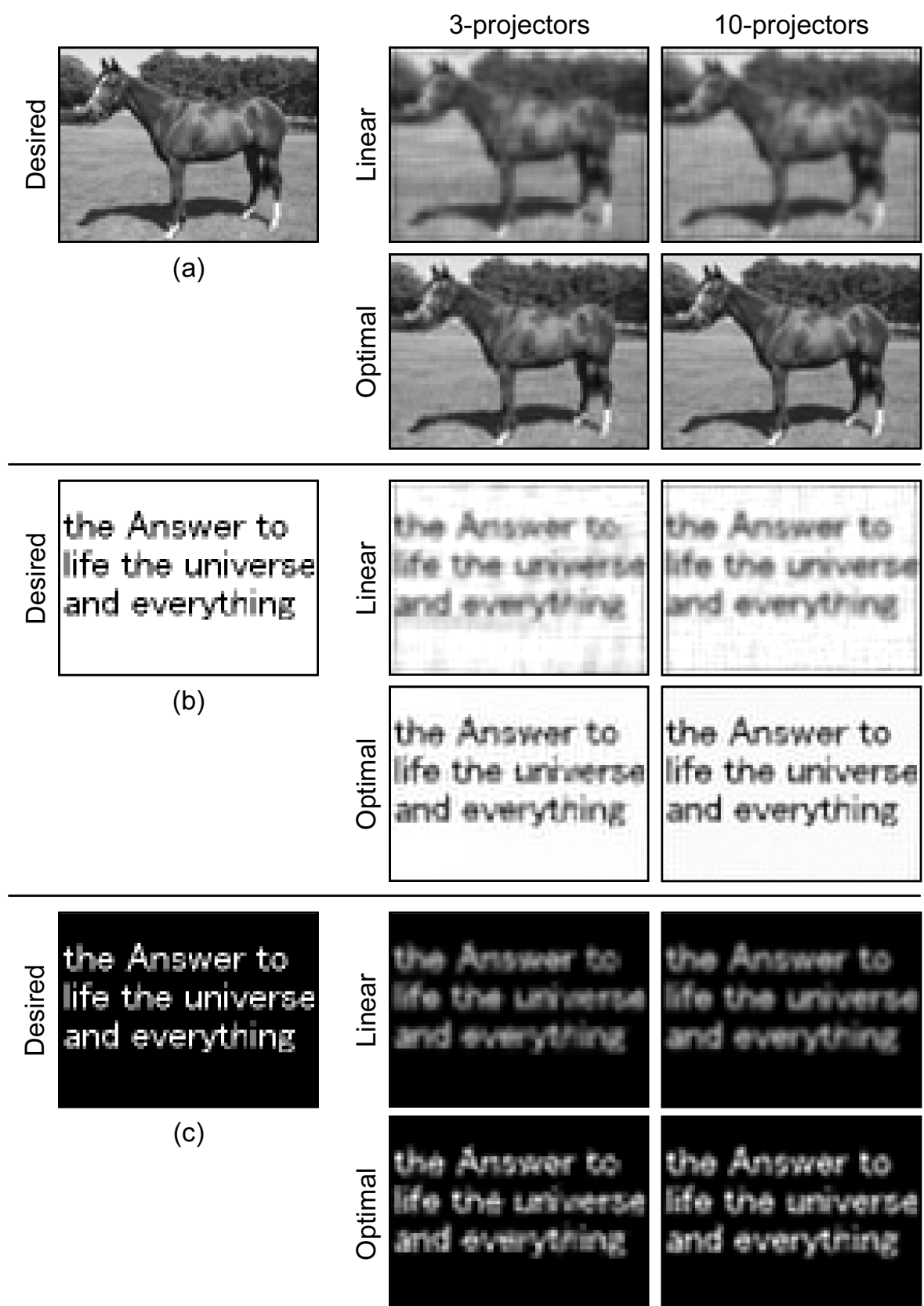


図 4.21: 線形システム近似に基づく手法と最適化手法の比較



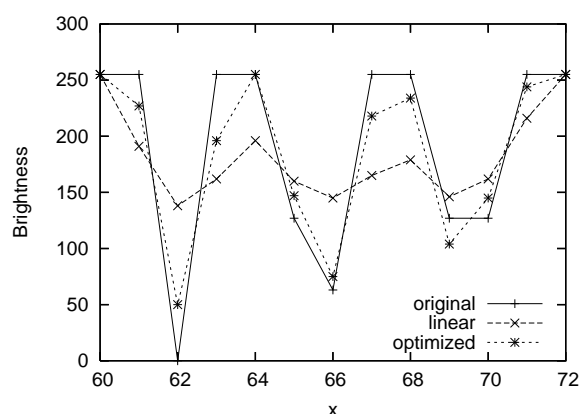
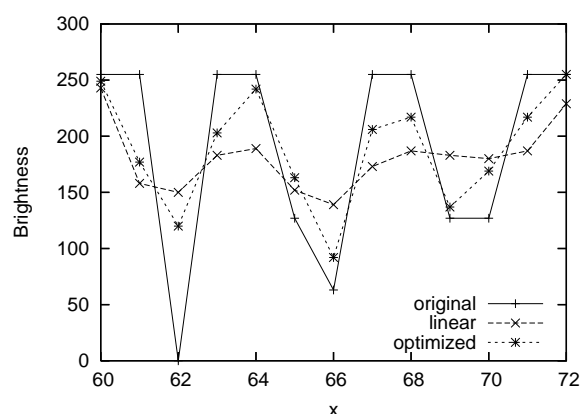


図 4.22: 黒文字画像を目標画像とし，プロジェクタを 3 台使用した場合の明るさの変化

図 4.23: 黒文字画像を目標画像とし，プロジェクタを 10 台使用した場合の明るさの変化

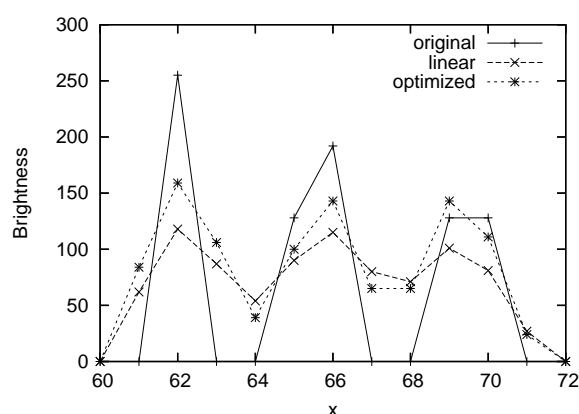
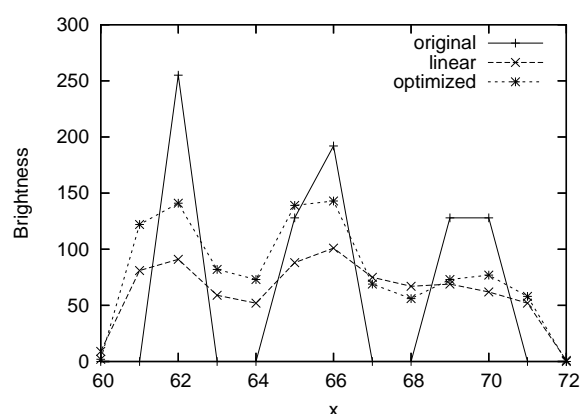


図 4.24: 白文字画像を目標画像とし，プロジェクタを 3 台使用した場合の明るさの変化

図 4.25: 白文字画像を目標画像とし，プロジェクタを 10 台使用した場合の明るさの変化

を  $40[\text{pixel}] \times 30[\text{pixel}]$  としても，プロジェクタを 10 台使用すると，最適化は 12000 次元空間の探索となる．解くべき問題が不等式制約付 2 次最適化であり，比較的簡単な部類であるとはいえ，そのコストは大きすぎる．一方で線形フィルタ法の実行に要するコストは圧倒的に小さい．わずかなハードウェア資源で，ビデオ画像のリアルタイム計算すら可能 [12] である．

そこで，前節で明らかになった事実を考慮すると，次のような方針が立てられる．すなわち，高い再現精度向上が見込める目標画像の一部には最適化法を適用し，そうでない部分には線形フィルタ法を適用するという方針である．最適化法では最適化すべき領域が小さいほど計算量もメモリ量も小さくなると期待できることが背景にある．画像を細かい部分領域に区切り，各領域ごとに最適化を逐次的に行うことができればこの性質を生かせるだろう．

この方針に沿うと，目標画像を解析することで最適化法を用いる部分と線形フィルタ法を用いる部分とを適応的に選択することになる．理論的には一般の自然画像も，そのような部分領域の適応的選択による逐次的最適化の対象となる．しかし，最も顕著な効果が期待できるのは人工的画像，すなわち，文書画像やスライド，ウィンドウやその上の GUI 部

品など，複数の細線から構成されている場合である．

その 1 例として，ここでは図 4.6(a) に示した黒文字画像を用いて，文字ごとの文字領域内の最適化を逐次的に実行する方法を実装した．検証するのは，計算速度の見積もりと，画像内の領域ごとに最適化法と線形フィルタ法を使い分けることの問題点の有無である．後者は具体的には，部分的に最適化を行うことにより期待通りの再現精度向上が見られるかどうか，領域の境界でアーチファクトが発生しないかの 2 点を調べることである．

## 4.5.2 部分的最適化

部分領域での最適化は，その周辺領域の計算結果と違和感無く馴染むように行いたい．そこで次のように，指定した部分領域とは別に，その周囲に参照領域を設ける．

重畳画像の部分領域  $D$  (ピクセルの集合) を考える．部分領域  $D$  に含まれるピクセルの放射輝度に影響を与える  $p$  番目のプロジェクタの入力画像のピクセルの集合を  $S^p(D)$  とすると，次のように表せる：

$$S^p(D) = \{P_j^p \mid w_{ij}^p \neq 0 \quad \forall i \in D\}. \quad (4.5)$$

重畳画像にある 1 文字を表示するとして，その文字の領域を  $D_1$  とする． $D_1$  を内包し， $D_1$  の境界から数ピクセルのマージンを取った領域  $D_2$  をとる．最適化の際，最小化すべきノルムは  $D_2$  について計算し，これを最適化するのに  $S(D_1) = \cap_p S^p(D_1)$  で表されるピクセルの明るさを変数とする．この最適化は次式のように表せる：

$$\min_{\{B_j^p \mid P_j^p \in S(D_1)\}} \sum_{i \in D_2} \|\tilde{R}_i - \hat{R}_i\| \quad (0 \leq B_j^p \leq 255 \quad \forall p, j). \quad (4.6)$$

ただし  $B_j^p$  はピクセル  $P_j^p$  の明るさであり， $\tilde{R}_i$  は  $\tilde{\mathbf{R}}$  の  $i$  番目の要素， $\hat{R}_i$  は  $\hat{\mathbf{R}}$  の  $i$  番目の要素とする．このとき，最小化されるノルムの計算に寄与するが最適化の対象とされない入力画像ピクセル ( $S(D_2) \cap \overline{S(D_1)}$ ) の明るさについては，事前に線形フィルタ法にて計算しておいた明るさを使う．

文書画像の計算は次のような手順で行う．まず，線形フィルタ法にて各プロジェクタの入力画像を計算する．こうして得られた入力画像を元に，1 文字ずつ式 (4.6) による最適化を実行する．

## 4.5.3 実行例

前項で述べたアルゴリズムを用いて，1 文字ずつ逐次最適化を行った結果画像を図 4.26 に示す．ただし使用プロジェクタ台数  $N$  は  $N = 5$  とした．図 4.26(a) のように分割した 19 文字の領域 ( $D_1$  に相当) を逐次的に最適化した．各文字について，領域  $D_2$  は  $D_1$  の外側に 2[pixel] だけ広い四角形領域とした．図 4.26(b) に示した逐次最適化により得られた重畳画像を，図 4.26(c) に示した全体を最適化して得られた重畳画像と比較すると，画像はほぼ同一であり，再現精度は問題ない．また文字領域境界のアーチファクトは発生していない．

計算量は単純に実行時間で計時した．PC は 3.2[GHz] Pentium-4 のものを使用し，最適化は MATLAB-7.1 の lsqin を用いて行った．lsqin の呼び出し時間を MATLAB の profiler を用いて計時したところ，画像の文字部分を囲む矩形領域 (画像座標で (1, 9) - (78, 43))

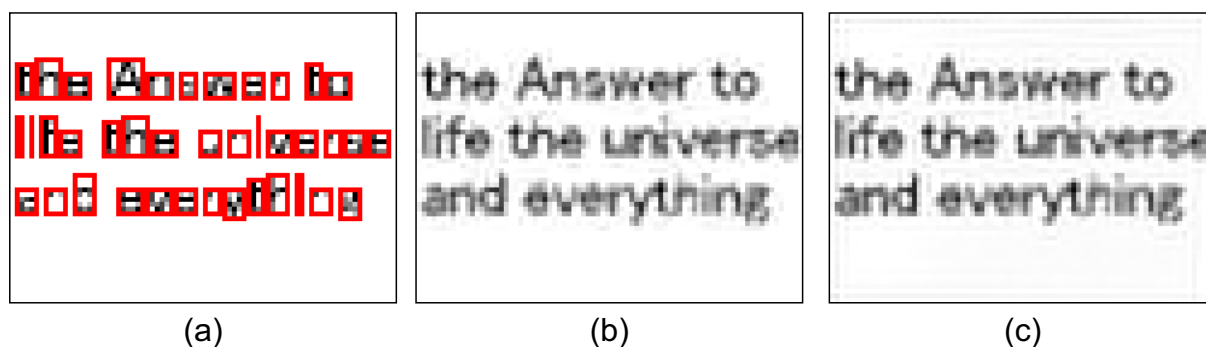


図 4.26: 文書画像の逐次最適化の結果画像．(a)19 文字の各領域．(b) 逐次最適化の結果画像．(c) 全体最適化の結果画像．

全体を最適化した場合 490[sec] かかり，1 文字ずつ逐次的に処理した場合は lsqlin は 19 回呼び出され合計処理時間は 3.01[sec] だった．探索空間次元は，全体を最適化した場合は 2980 次元，逐次的最適化の場合は文字の大きさにより変動するが 50 次元から 100 次元だった．まとめると，実行速度で 160 倍，メモリ量で 1/30 以下にすることができた．

## 第5章 重畳投影による画像の高解像度化の実験

第4章に示したシミュレーション実験では、幾何学的キャリブレーション、光学的キャリブレーションが済んでいると仮定した。本章では幾何学的キャリブレーション、光学的キャリブレーション、及び重畳投影を実際に行い、実現される画像の画質を評価する。

### 5.1 使用するシステム

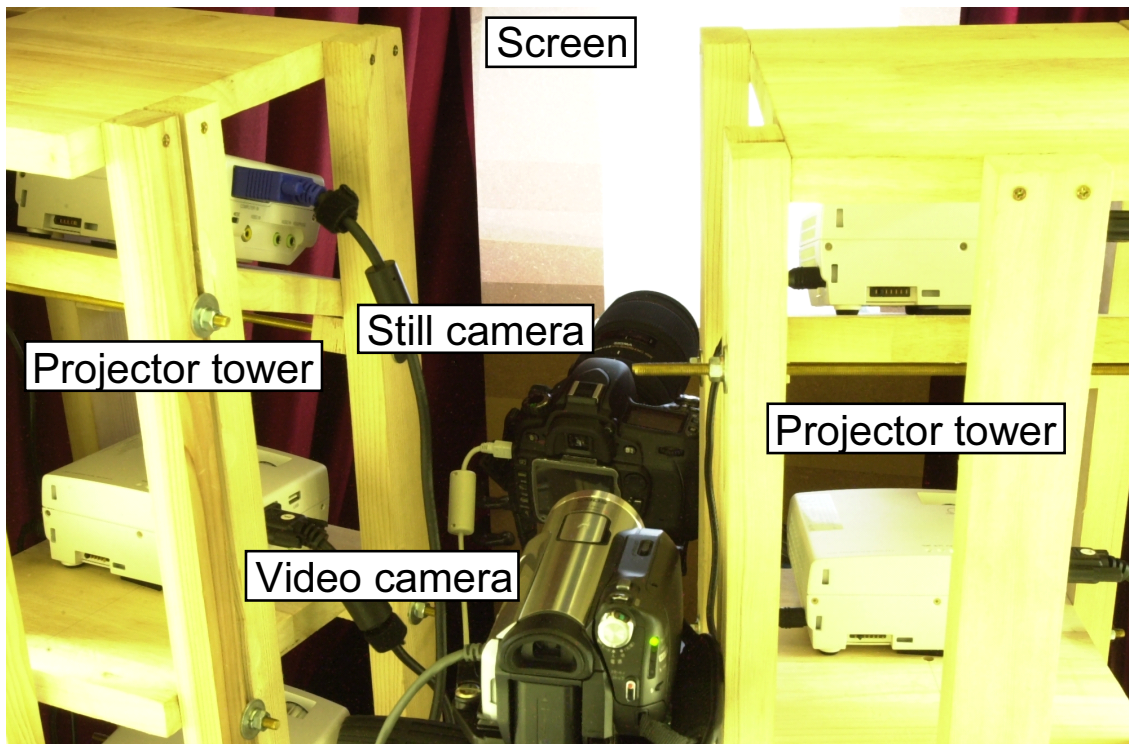
本章で用いる実験システムを図5.1に示す。プロジェクタは東芝製プロジェクタ TDP-FF1Aを8台使用し、製作した台に4台ずつ固定した。このプロジェクタはLEDを光源とし、画像をDLPにより投影する。図にProjector towerと示されているものがこの台にあたる。プロジェクタの入力画像は800[pixel]×600[pixel]である。図中にはカメラが2種示されているが、キャリブレーション用にはビデオカメラ SONY 製 HANDYCAM HDR-HC7を用いた（以下キャリブレーションカメラと呼ぶ）。キャリブレーションカメラのカメラ画像は720[pixel]×480[pixel]である。検証用カメラにスチルカメラ Nikon 製デジタル一眼レフカメラ D80を使用し、レンズに SIGMA 製マクロレンズ APO MACRO AF 150mm F2.8 EX DG HSMを装着した（以下検証用カメラと呼ぶ）。

8台のプロジェクタに対してまず、第3章で述べた幾何学的キャリブレーション及び光学的キャリブレーションを行う。幾何学的キャリブレーションは、第3章で述べた位相シフト法による幾何学的キャリブレーションを行う（5.2節）。続いて、ここで得られた幾何学的キャリブレーションと光学的キャリブレーションの結果を用いて最適化法による重畳投影を行い、得られる画像の画質を評価する。まず使用するプロジェクタの数と画質の関係及び目標画像の性質と画質の関係を示す（5.3節）。続いて、目標画像の明るさと画質の関係を示す（5.4節）。

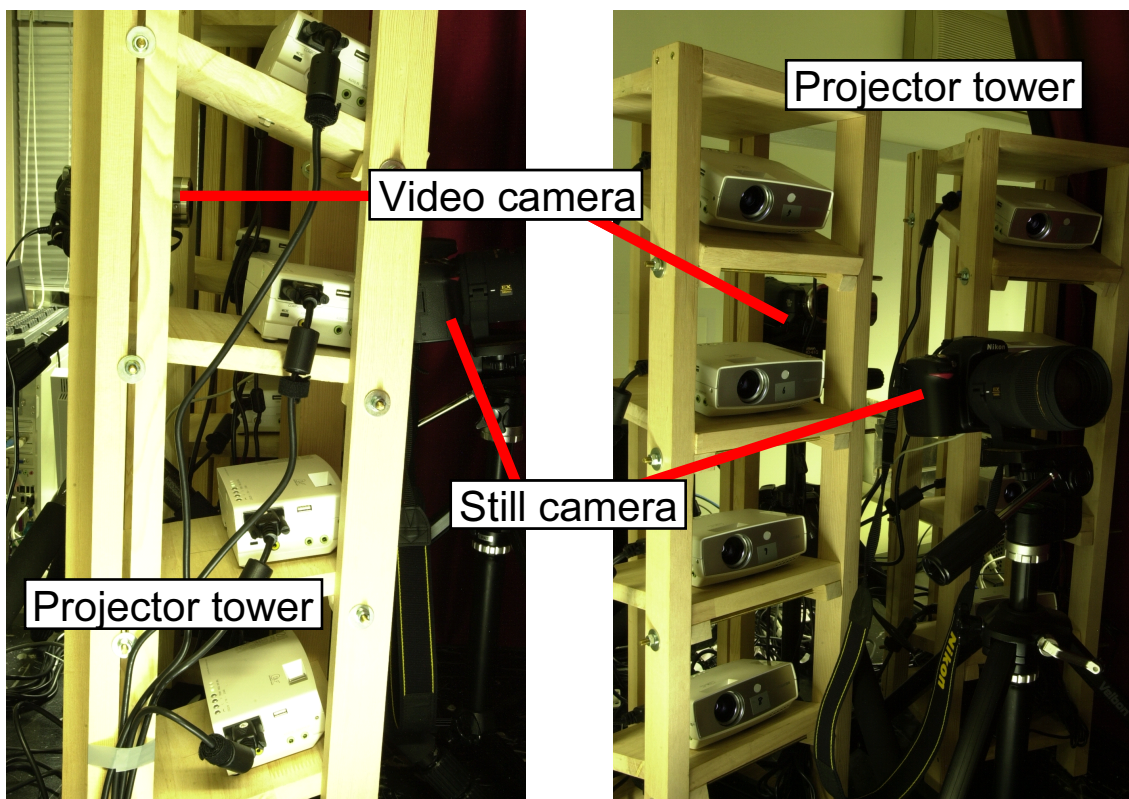
### 5.2 幾何学的及び光学的キャリブレーションの結果

各プロジェクタについて幾何学的キャリブレーションを、位相シフト法と空間コード法それぞれを用いて行い、第3章に述べた比較手法により比較した。3.3.3節で示したものと同一評価結果を図5.2に示し、各ピクセルの誤差 $d$ の平均を表5.1に示す。いずれのプロジェクタに対しても、空間コード化法を用いた場合よりも位相シフト法を用いた場合の方が高い精度を示している。

次に光学的キャリブレーションの結果を示す。レスポンス関数を6次多項式と仮定し、第3章に述べた手法で光学的キャリブレーションを行った。各プロジェクタについて推定



(a)



(b)

(c)

図 5.1: 実験システム . (a) 後上方から撮った写真 . (b) 横から撮った写真 . (c) 前方から撮った写真 .



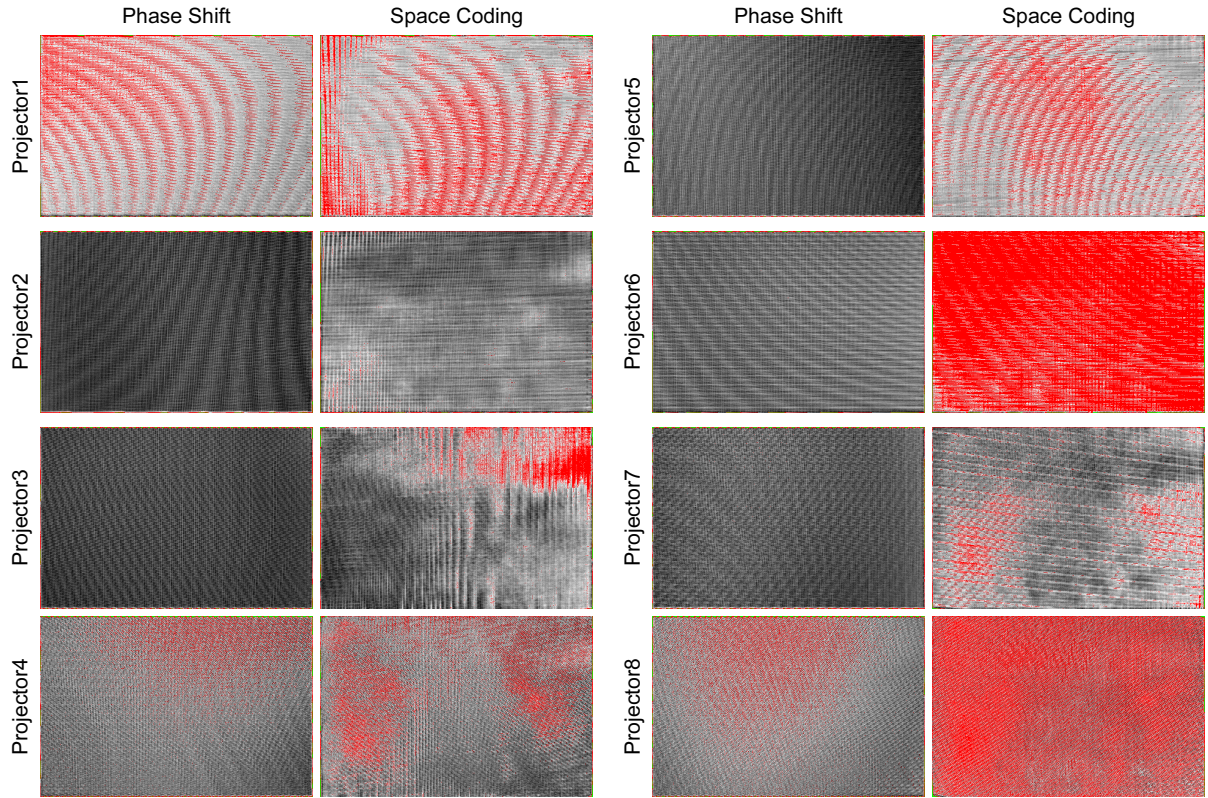


図 5.2: 幾何学的キャリブレーションにおける位相シフト法と空間コード化法の精度比較

表 5.1: 幾何学的キャリブレーションにおける各ピクセルの誤差  $d$  の平均 [pixel]

プロジェクタ番号	位相シフト法	空間コード化法
1	$1.927 \times 10^{-1}$	$2.097 \times 10^{-1}$
2	$3.592 \times 10^{-2}$	$8.164 \times 10^{-2}$
3	$3.752 \times 10^{-2}$	$9.943 \times 10^{-2}$
4	$1.035 \times 10^{-1}$	$1.194 \times 10^{-1}$
5	$4.637 \times 10^{-2}$	$1.816 \times 10^{-1}$
6	$6.727 \times 10^{-2}$	$3.725 \times 10^{-1}$
7	$5.136 \times 10^{-2}$	$1.136 \times 10^{-1}$
8	$1.275 \times 10^{-1}$	$3.414 \times 10^{-1}$

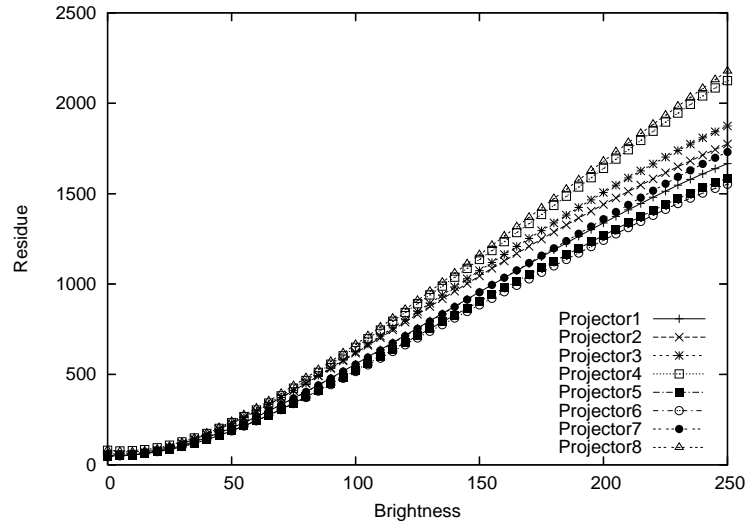


図 5.3: 各プロジェクトについて推定したレスポンス関数

したレスポンス関数  $f^p(\cdot)$  を次に示す:

$$\begin{aligned}
 f^1(x) &= -2000.31x^6 + 3948.79x^5 - 157.631x^4 \\
 &\quad -5648.02x^3 + 5596.02x^2 - 96.7744x + 49.7942, \\
 f^2(x) &= 1036.69x^6 - 4741.95x^5 + 9567.00x^4 \\
 &\quad -11202.7x^3 + 7238.70x^2 - 142.900x + 49.8937, \\
 f^3(x) &= -217.369x^6 - 1237.35x^5 + 5613.36x^4 \\
 &\quad -8981.20x^3 + 6829.29x^2 - 158.855x + 56.9684, \\
 f^4(x) &= -7362.60x^6 + 18052.1x^5 - 12967.2x^4 \\
 &\quad -1407.67x^3 + 6046.43x^2 - 277.997x + 80.2773, \\
 f^5(x) &= -5944.46x^6 + 15875.3x^5 - 13839.5x^4 \\
 &\quad +1760.43x^3 + 3708.37x^2 - 1.40255x + 48.5056, \\
 f^6(x) &= -7955.37x^6 + 21269.4x^5 - 19218.0x^4 \\
 &\quad +4341.85x^3 + 3008.50x^2 + 77.5763x + 47.3147, \\
 f^7(x) &= -2145.74x^6 + 3779.02x^5 + 755.998x^4 \\
 &\quad -6331.22x^3 + 5797.13x^2 - 154.342x + 60.1222, \\
 f^8(x) &= 3787.03x^6 - 15020.6x^5 + 24118.2x^4 \\
 &\quad -20859.2x^3 + 10787.6x^2 - 668.731x + 82.0101.
 \end{aligned}$$

ただしレスポンス関数への入力  $x$  は, 最大値 (255) が 1 になるように正規化している. 推定したレスポンス関数をプロットした図を図 5.3 に示す. 推定したパラメータにはばらつきがあるが, 図 5.3 中のグラフはどのプロジェクトも似た形をしている. またグラフからは, 各プロジェクトに同じ明るさを入力しても投影される光の強さにばらつきが出ることが見て取れるが, これはレスポンス関数の推定誤差ではなく, 実際に各プロジェクトが投影する光の強さにばらつきがあるためである.

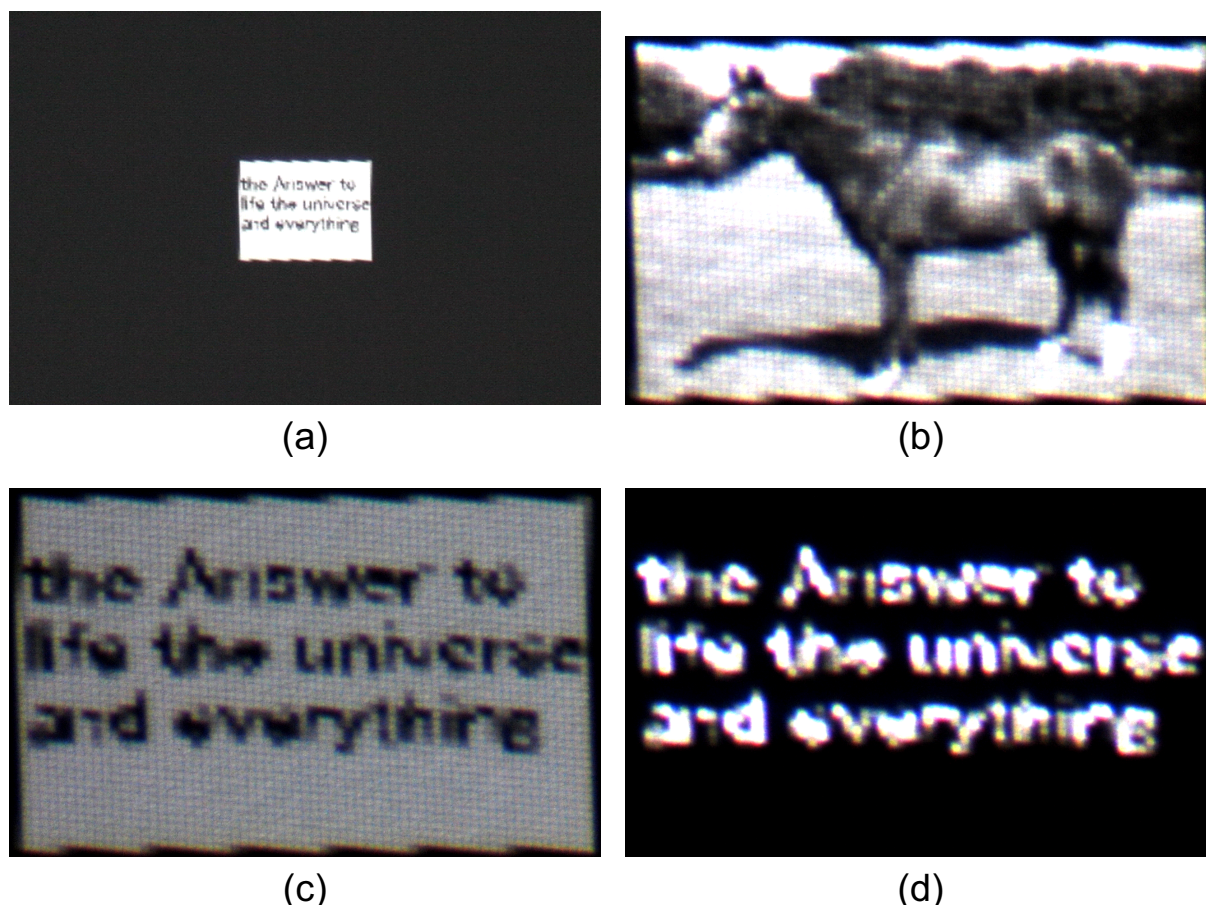


図 5.4: 1 台のプロジェクタからの投影

### 5.3 使用プロジェクタ数及び目標画像の性質と画質の関係

幾何学的キャリブレーション及び光学的キャリブレーションにより，使用システムに対して式 (2.21) を同定することができた．そこで，式 (2.23) に示した不等式制約付 2 次最適化問題を最急降下法で解いて，目標画像に対する入力画像を求めた．これにより，キャリブレーションカメラ画像の中央の  $160[\text{pixel}] \times 120[\text{pixel}]$  の範囲に相当するスクリーン上に， $80[\text{pixel}] \times 60[\text{pixel}]$  の目標画像を縦横それぞれ 2 倍に拡大して投影した．キャリブレーションカメラ画像の例を図 5.4(a) に示す．このとき，目標画像を投影する範囲に影響を与える入力画像中のピクセルの数は，1 台あたり平均  $2881[\text{pixel}]$  である．1 台のプロジェクタにより得られる解像度を示すため，1 台のプロジェクタから目標画像を投影し，スクリーンに実現された画像を検証用カメラで撮影した．図 4.2(a) に示した画像を目標画像としたときに実現された画像を図 5.4(b) に，図 4.6(a) に示した黒文字画像を目標画像としたときに実現された画像を図 5.4(c) に，図 4.6(b) に示した白文字画像を目標画像としたときに実現された画像を図 5.4(d) に示す．検証用カメラで撮影した画像には，目標画像がやや横に伸びて写っているが，これはキャリブレーションカメラと検証用カメラのアスペクト比の違いによる．

本節では 4.1 節及び 4.2 節で得られた結果を確かめる．つまり，使用プロジェクタ数を増やすと画質が向上すること，目標画像の性質によって再現精度が異なることを確かめる．実験はプロジェクタ台数  $N$  を  $N = 3$  として最適化を行って入力画像を決定した場合



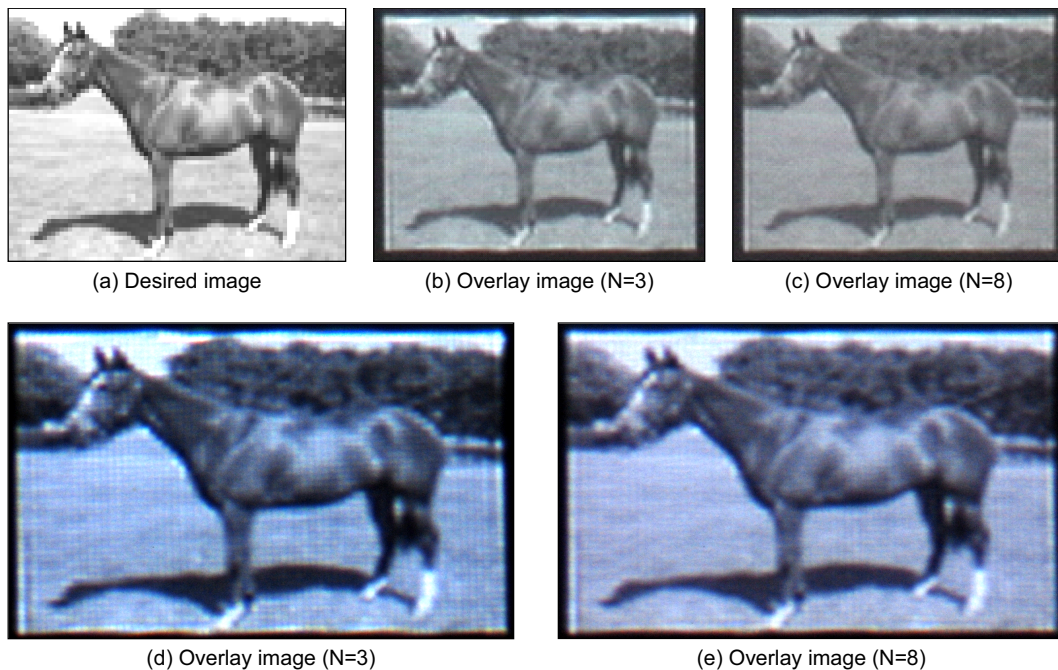


図 5.5: 図 4.2(a) を目標画像とした場合の実験結果画像．(a) 目標画像．(b)  $N = 3$  の場合の重ね合せ画像(キャリブレーションカメラ)．(c)  $N = 8$  の場合の重ね合せ画像(キャリブレーションカメラ)．(d)  $N = 3$  の場合の重ね合せ画像(検証用カメラ)．(e)  $N = 8$  の場合の重ね合せ画像(検証用カメラ)．

と、 $N = 8$  として最適化を行って入力画像を決定した場合について行い、投影された画像をキャリブレーションカメラ及び検証用カメラで撮影した画像を結果として示す。

図 4.2(a) を目標画像として重畳投影を行った結果を図 5.5 に、図 4.6(a) を目標画像として重畳投影を行った結果を図 5.6 に、図 4.6(b) を目標画像として重畳投影を行った結果を図 5.7 に示す。図 5.4 と図 5.5 - 5.7 を比較すると、重畳投影により高解像度の画像が得られていることが用意にわかる。特に 2 種の文書画像の場合は高解像度化の影響が顕著で、1 台のプロジェクタによる投影画像では判別不可能だったが、重畳投影により得られた画像では十分判別できる。これらにより、重畳投影により高解像度の画像が得られることが確かめられた。

プロジェクタを 3 台用いた場合と 8 台用いた場合の解像度を比較するため、図 5.6(d)、(e) の一部を拡大した画像を図 5.8 に、図 5.7(d)、(e) の一部を拡大した画像を図 5.9 に示す。いずれの図からも、8 台のプロジェクタにより得られた画像と比較して、3 台のプロジェクタにより得られた画像では文字の輪郭が滑らかでないことが見て取れる。このひずみは 3 台のプロジェクタの解像度が不足しているために生じていると考えられるため、3 台のプロジェクタにより得られた画像よりも 8 台のプロジェクタにより得られた画像の方が高い解像度を持っていることがわかる。またその程度は、図 5.9 の黒文字画像よりも図 5.8 の白文字画像の方が大きく見える。このことは 4.2 項での結論を裏付ける。

以上により、4.1 節及び 4.2 節で得られた結論が確かめられた。つまり、重畳投影においては使用プロジェクタ台数を多くするほど高解像度の画像が得られること、重畳投影により得られる画像の再現精度は目標画像の性質に依存することが確かめられた。

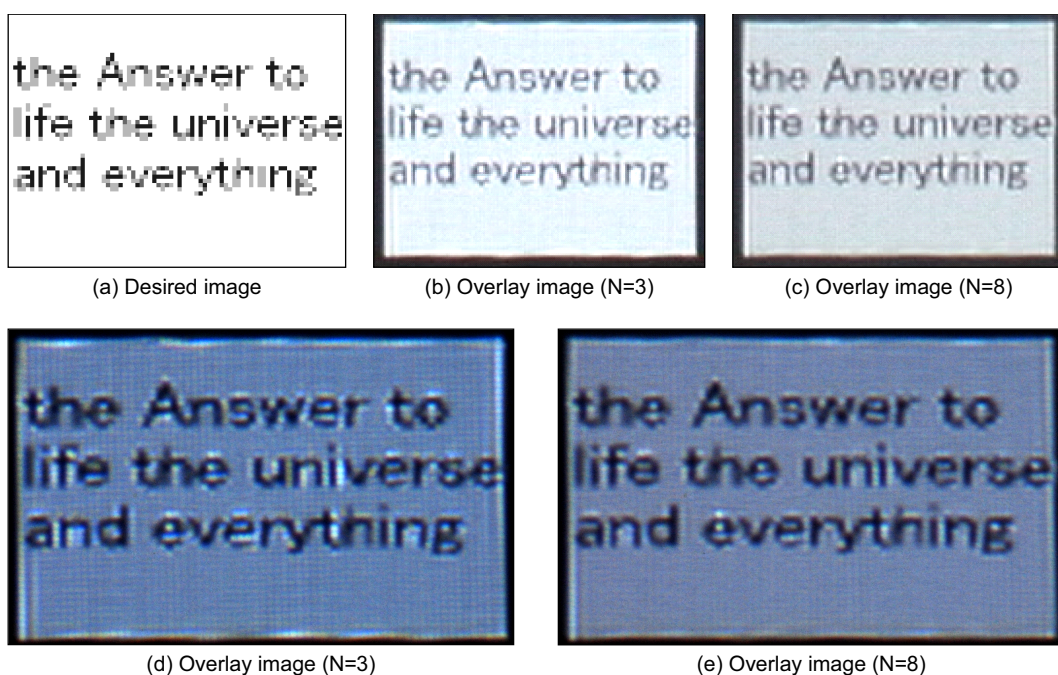
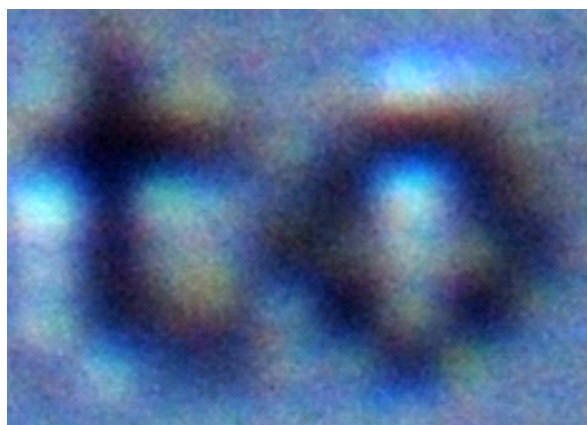


図 5.6: 図 4.6(a) を目標画像とした場合の実験結果画像．(a) 目標画像．(b) $N = 3$  の場合の重ね合せ画像 (キャリブレーションカメラ)．(c) $N = 8$  の場合の重ね合せ画像 (キャリブレーションカメラ)．(d) $N = 3$  の場合の重ね合せ画像 (検証用カメラ)．(e) $N = 8$  の場合の重ね合せ画像 (検証用カメラ)．

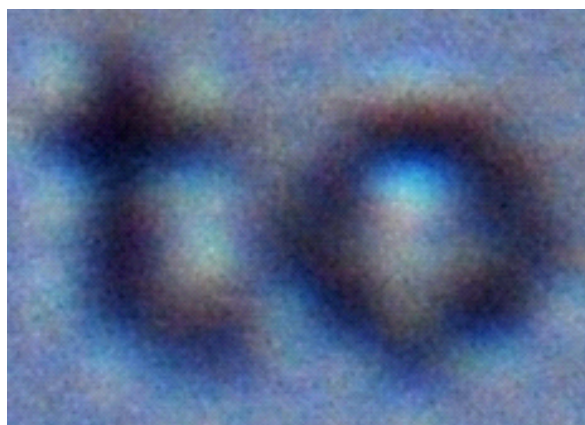


図 5.7: 図 4.6(b) を目標画像とした場合の実験結果画像．(a) 目標画像．(b) $N = 3$  の場合の重ね合せ画像 (キャリブレーションカメラ)．(c) $N = 8$  の場合の重ね合せ画像 (キャリブレーションカメラ)．(d) $N = 3$  の場合の重ね合せ画像 (検証用カメラ)．(e) $N = 8$  の場合の重ね合せ画像 (検証用カメラ)．



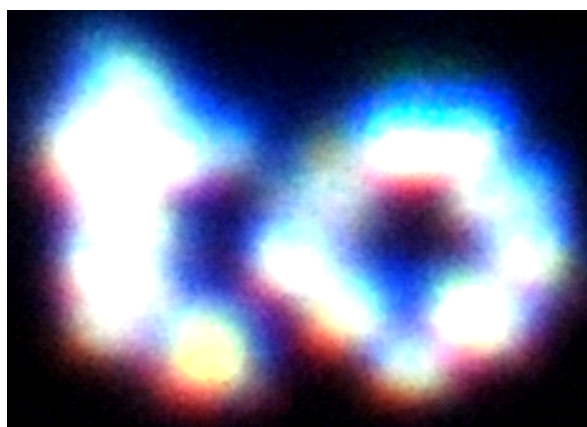


(a) Overlay image (N=3)

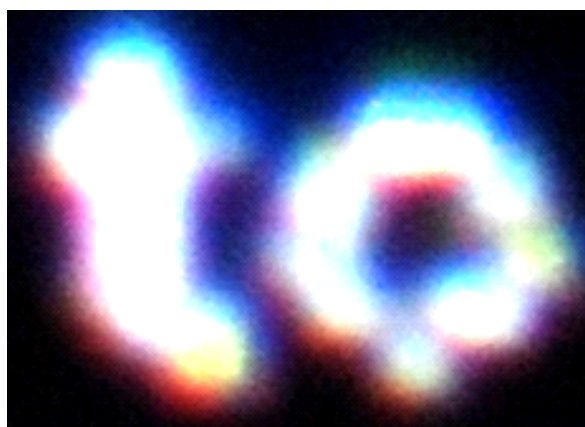


(b) Overlay image (N=8)

図 5.8: 図 5.6(d), (e) の一部の拡大



(a) Overlay image (N=3)



(b) Overlay image (N=8)

図 5.9: 図 5.7(d), (e) の一部の拡大

## 5.4 目標画像の明るさと画質の関係

次に 4.3 節で得られた結果を確かめる．つまり，目標画像の放射輝度を大きくすると再現精度が低下すること，またその低下は黒文字画像で大きく，白文字画像では比較的小さいことを確かめる．使用プロジェクタ台数  $N$  を  $N = 8$  とし，指定した画像の明るさを  $\alpha$  倍した画像を目標画像として重畳投影を行い，実現された画像を検証用カメラで撮影した画像を結果として示す．ただし撮影は絞り優先オートモードで行った．これにより， $\alpha$  の値の異なる場合に投影された画像を撮影しても，ほぼ一定の明るさのカメラ画像が得られる．

図 4.2(a) を目標画像として重畳投影を行った結果を図 5.10 に，図 4.6(a) を目標画像として重畳投影を行った結果を図 5.11 に，図 4.6(b) を目標画像として重畳投影を行った結果を図 5.12 に示す．いずれも 1 台のプロジェクタにより得られた投影画像よりも高い解像度の画像を投影できている．そして，図 5.11 と図 5.12 を見ると，いずれも  $\alpha = 5$  の場合で画像のシャープネスが失われているように見える．

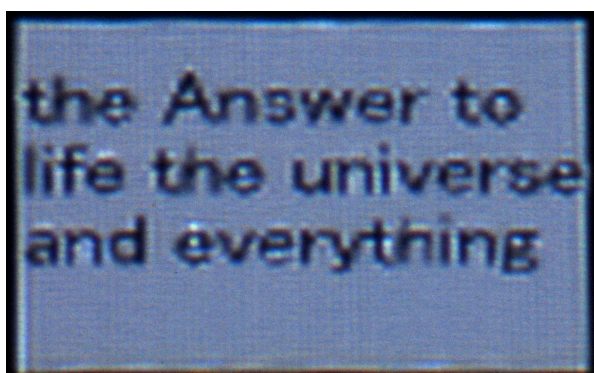


(a) Overlay image ( $\alpha=1$ )

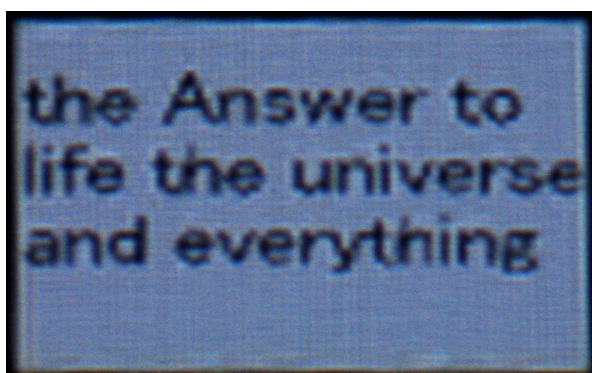


(b) Overlay image ( $\alpha=5$ )

図 5.10: 図 4.2(a) を目標画像とした場合の実現画像 . (a) $\alpha = 1$  の場合 . (b) $\alpha = 5$  の場合 .

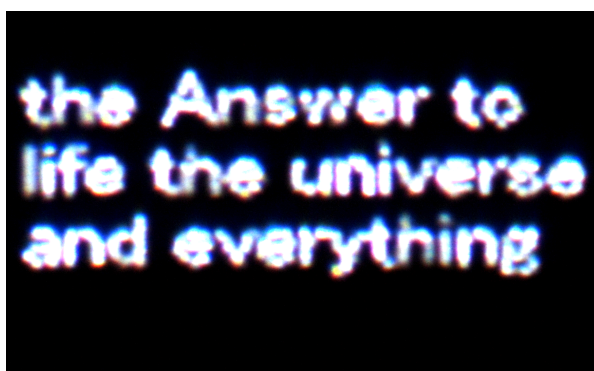


(a) Overlay image ( $\alpha=1$ )

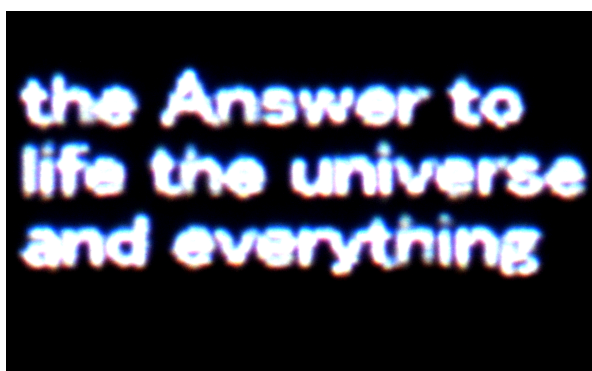


(b) Overlay image ( $\alpha=5$ )

図 5.11: 図 4.6(a) を目標画像とした場合の実現画像 . (a) $\alpha = 1$  の場合 . (b) $\alpha = 5$  の場合 .



(a) Overlay image ( $\alpha=1$ )



(b) Overlay image ( $\alpha=5$ )

図 5.12: 図 4.6(b) を目標画像とした場合の実現画像 . (a) $\alpha = 1$  の場合 . (b) $\alpha = 5$  の場合 .

$\alpha = 1$  の場合と  $\alpha = 5$  の場合を詳細に比較するために、図 5.13 に赤線で示した領域の明るさをプロットした。黒文字画像を目標画像とした場合に得られた画像についてプロットした図を図 5.14 に、白文字画像を目標画像とした場合に得られた画像についてプロットした図を図 5.15 に示す。図 5.14 では、 $\alpha = 1$  の場合と比較して  $\alpha = 5$  の場合の方が波



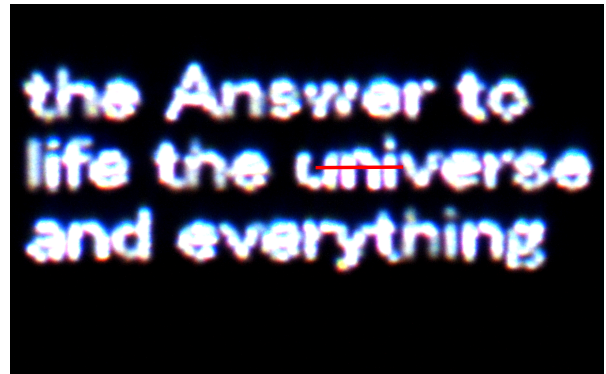
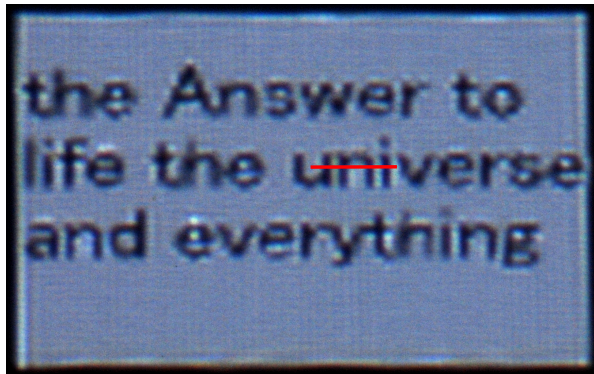


図 5.13: 明るさの変化をプロットする領域

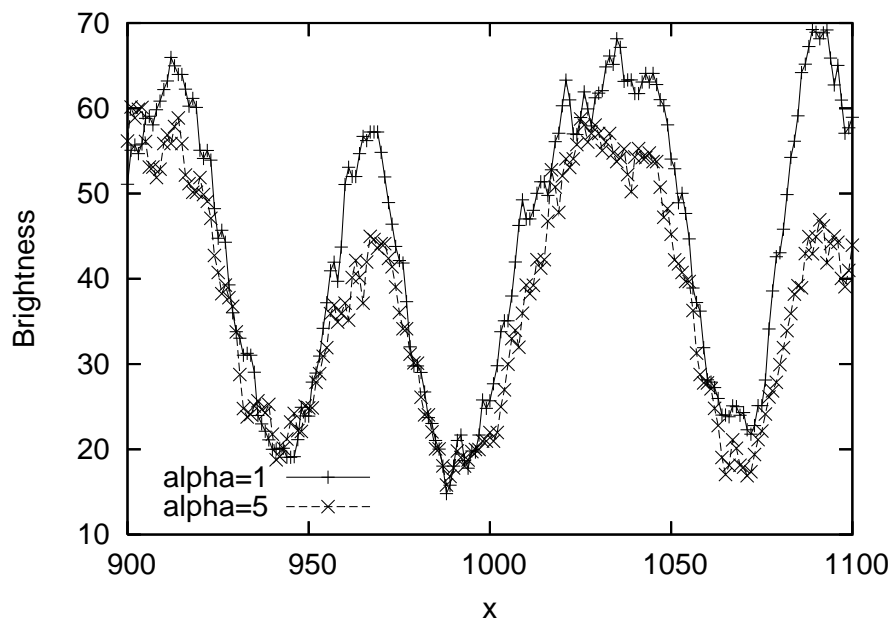


図 5.14: 黒文字画像を用いた場合の明るさの変化

形の谷の部分が広がっている．波形の谷の部分は画像中では文字の線に相当するため， $\alpha = 1$  の場合よりも  $\alpha = 5$  の場合の方が線が太くなっていると言える．一方図 5.15 では， $\alpha = 1$  の場合の波形と比較して  $\alpha = 5$  の場合の波形は振幅が小さくなっている．その意味では画像のシャープネスが失われていると言えるが，図 5.14 に見られたような画像中で文字の線に相当する部分（こちらでは波形の山の部分）が広がる現象は見られない．

また，各プロジェクタに対する入力画像の一部を拡大した画像を示す．8 台のプロジェクタを使用しているが，そのうちの 3 台分を示した．黒文字画像を用い， $\alpha = 1$  の場合の入力画像を図 5.16 に， $\alpha = 5$  の場合の入力画像を図 5.17 に示す．4.3 節で得られた結果と同じように，図 5.16 では文字の近傍ところどころに明るさが大きい点や小さい点が存在しているが，図 5.17 ではそうした傾向は弱い．つまり， $\alpha = 1$  のときには各プロジェクタが放射するエネルギーの比率の偏りが大きい， $\alpha = 5$  のときにはその偏りが小さくなっている．

また白文字画像を用い， $\alpha = 1$  の場合の入力画像を図 5.18 に， $\alpha = 5$  の場合の入力画像を図 5.19 に示す．こちらも 4.3 節で得られた結果と同じように，図 5.18 でも図 5.19 でも

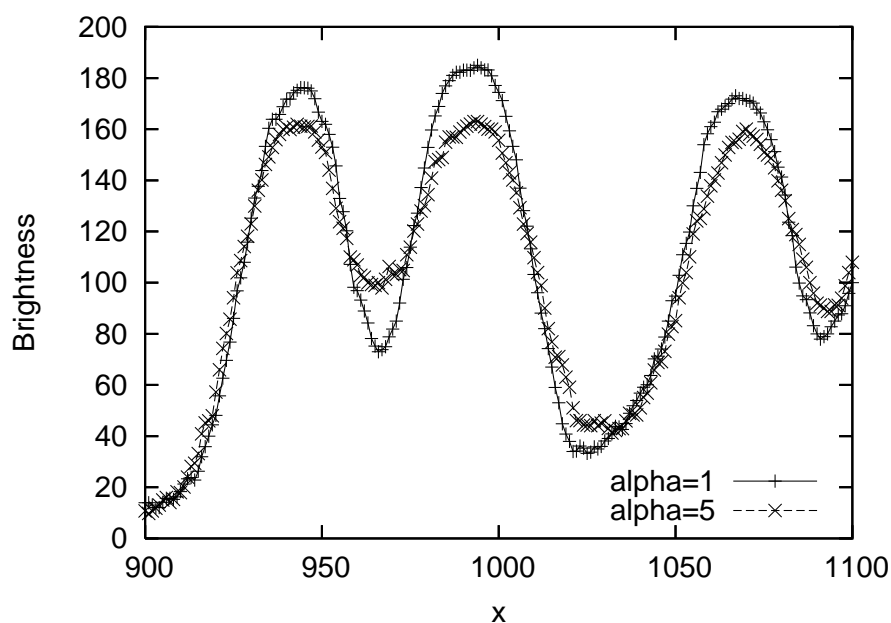


図 5.15: 白文字画像を用いた場合の明るさの変化

各プロジェクタをより平等に使用し，均等な明るさを出力する傾向が強い．つまり， $\alpha = 1$  のときにも  $\alpha = 5$  のときにも，各プロジェクタが放射するエネルギーの比率の偏りが小さいと言える．

以上の結果は 4.3 で得られた結果を裏付ける．つまり，目標画像の全体の明るさを大きくすると再現精度は低下する傾向があり，さらにこの傾向は黒文字画像に代表される性質を持つ画像では強く，白文字画像に代表される性質を持つ画像では弱いことが確かめられた．

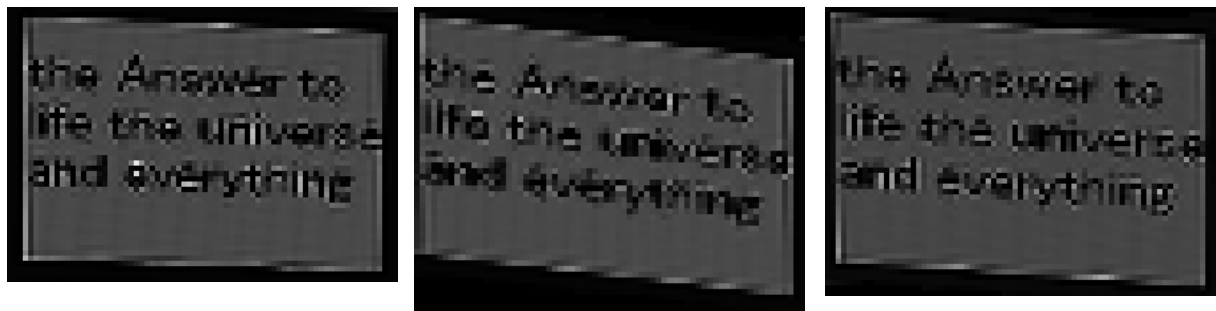


図 5.16: 黒文字画像 ( $\alpha = 1$  の場合) の入力画像

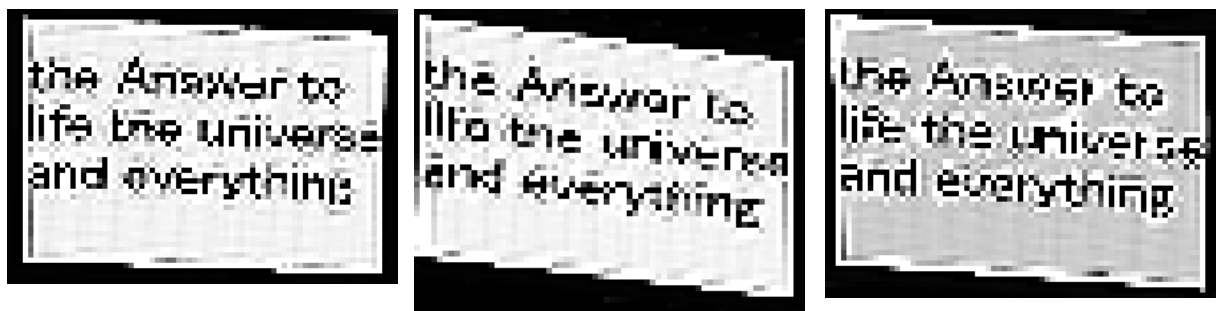


図 5.17: 黒文字画像 ( $\alpha = 5$  の場合) の入力画像

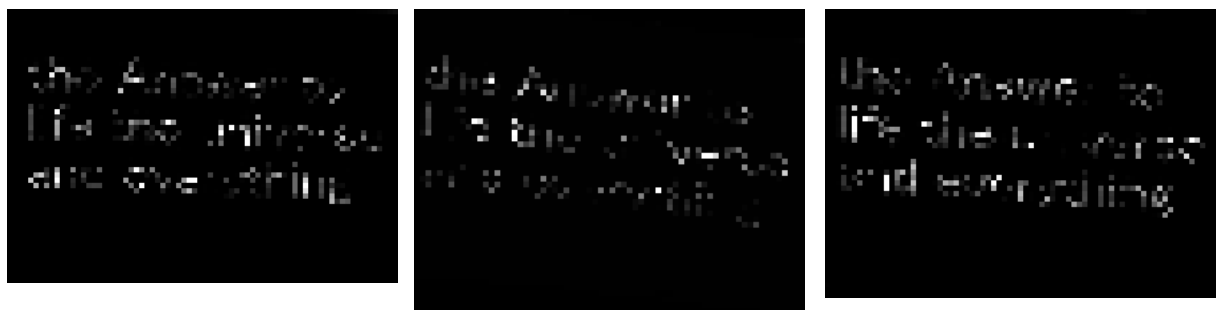


図 5.18: 白文字画像 ( $\alpha = 1$  の場合) の入力画像

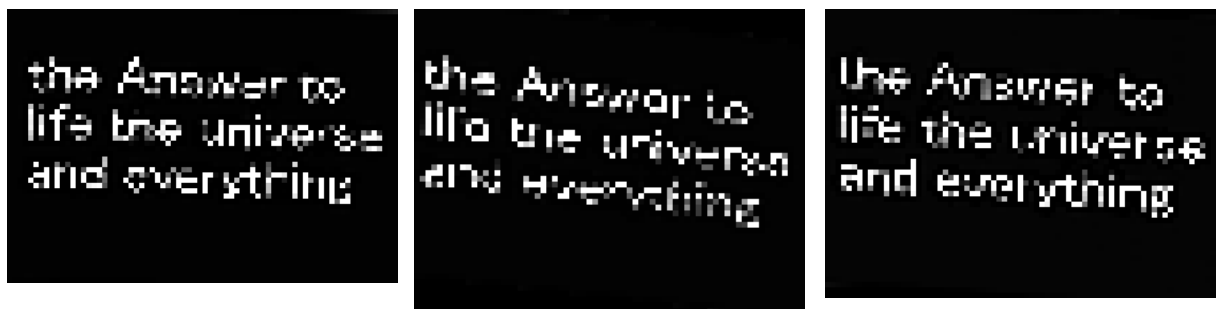


図 5.19: 白文字画像 ( $\alpha = 5$  の場合) の入力画像

## 第6章 結言

### 6.1 まとめ

本論文では、複数のプロジェクタから投影した画像をスクリーン上で重ねて、一枚の高精細の画像を実現する方法について述べた。以下、そのまとめを述べる。

まず、投影像を重ねて高精細画像を実現するために必要となる、カメラを用いたシステムのキャリブレーション方法について述べた。キャリブレーションには、幾何学的キャリブレーションと光学的キャリブレーションがある。前者について、位相シフト法を用いたキャリブレーションが、従来の空間コード化法に基づく方法よりも一般的に高い精度を示すことを示した。位相シフト法自体は、3次元形状復元を行うレンジファインダにおいて開発され、良く使われている方法であるが、プロジェクタのキャリブレーション特に複数のプロジェクタを用いて一枚の画像を形成するシステムにおいて使用された例は、これまでにない。カメラでプロジェクタの投影像を撮影したとき、プロジェクタのピクセルのカメラ画像上の像のサイズが、カメラのピクセルのそれと同程度の場合（つまりプロジェクタのピクセルが十分大きくカメラ画像上で写っているのではない場合）には、位相シフト法は空間コード化法よりも特に良い精度を示した。

次に、単体のプロジェクタの解像度を超える解像度を持つ画像を実現することを考えたとき、実現される画像の画質がどのようなものであるかについて詳細に調べた。そして、目標とする画像と重ね合わせた画像の差のL2ノルムが最小になるように、プロジェクタへの入力画像を計算した場合（本論文では最適法と呼んだ）について、以下に述べるようなことを明らかにした。なお、この方法で実現される画像は、プロジェクタの重ね合わせ投影によって実現可能な最良の画質を与えると考えられ、したがって以下に述べる性質は、プロジェクタの重ねあわせ投影の最良の性能を引き出した場合について当てはまるものである。

まず、プロジェクタ台数と画質の関係を調べた。その結果、プロジェクタ台数を増やせば実現画像の解像度を向上させられるが、その度合いはプロジェクタ台数には比例しないことを示した。スクリーン上でのプロジェクタの実効解像度と目標画像の解像度の兼ね合いにもよるが、一般的に言って、3台程度から重ねあわせによる解像度の向上は十分認めることができる。また、10台程度以上あれば、台数増が画質向上に及ぼす影響は少ないと考えられる。このことから、10台以内程度の数のプロジェクタを用意すると相当の解像度の向上を図ることができ、この意味においては、投影像を重ねて高解像度画像を実現する方法は極めて実用的であると言える。

次に、目標画像の濃淡構造が、重ね合わせ投影の実現画像の画質に与える影響について調べた。その結果、明るい背景に対し暗い濃淡値でピクセルオーダの細かな構造（細線や点など）を持つ画像では、その逆の構造を持つ画像（暗い背景に明るく細かい構造を持つ）に比べて、実現画像の画質は良いことが分かった。この濃淡構造を持つ典型的な画像は文書画像であり、白い背景に黒の文字を配した文書画像は、黒い背景に白の文字を配し



た文書画像よりも、実現画像の画質が良い。なおこの現象、プロジェクタの投影画像を重ね合わせるとき、各プロジェクタの濃淡値の足し算は可能だが引き算ができないという非対称性に基づく。文書画像はもちろん、CADで使用される設計図の画像やウィンドウ境界などのGUIの構成物などに同様の濃淡構造が現れるから、この結果は実用上も重要である。なお、上述の構造をそれほど含まない風景写真などの自然画像では、この画質の濃淡構造による非対称性は、それほど認められないと考えられる。

さらに、目標画像の全体的な明るさと実現画像の画質の関係を調べた。その結果、目標画像の明るさを大きくすると、重畳投影によって得られる画像の解像度が低下することが分かった。つまり、同じ画像をより明るく映し出そうとしたとき、画質が低下する可能性があるということである。これは、目標画像の全体的な明るさが一定レベルをこえると、プロジェクタの入力画像計算の自由度が低下することによる。上述のように、プロジェクタに入力する画像は、目標画像と実現画像の差を最小化する最適化計算によって求めている。この最適化問題には、各プロジェクタの投影する画像の濃淡値が、0以上かつそのプロジェクタの能力の上限以下という不等式制約が与えられる。この濃淡値の上限に関する不等式制約が、目標画像の明るさが一定以上になると有効になることで入力画像の自由度が低下するのである。

また、明るい画像を実現しようとする画質が低下するこの現象には、その程度において上で述べた画像の濃淡構造が影響する。具体的には、白い背景に黒の文字に代表される濃淡構造を持つ画像では、画質の明るさ依存性が大きく（つまりより低下する）、黒い背景に白の文字に代表される構造の画像では、これが小さい（画質はそれほど低下しない）と分かった。これは、プロジェクタへの入力画像を最適化によって計算する際、目標画像の濃淡構造によって入力画像のプロジェクタ間の均一性に差が出ることによる。もし目標画像が暗くて先述の濃淡値の上限に関する制約が実質無効であったとすると、白い背景に黒文字の画像では、各プロジェクタは偏って使用される、つまり各プロジェクタの入力画像の濃淡値が揃わない状況が最適解となる。反対に黒い背景に白文字の画像では、各プロジェクタは比較的均一に使用され、つまり入力画像の濃淡値のプロジェクタ間のばらつきは小さくなる。したがって、目標画像の全体的な明るさを向上させてゆくと、前者の場合には単体のプロジェクタの出力上限が制約となる場合が頻繁に起こりえるが、後者ではその可能性が少ない。

重ね合わせ投影では、解像度の向上もさることながら、画像全体の明るさを向上させられることも、潜在的には大きな利点である。その意味において以上の結果、すなわち画像の明るさが画質の低下を招くことおよびその効果は画像の濃淡構造に依存することは、重要である。

なお以上の結果は、現実のシステムと実画像を用いた実験を行ってその正しさを確認した。

## 6.2 今後の課題

本論文の4.5節で、最適化法の問題点を解決する逐次的最適化を示したが、現実のシステムを使った実験は行っていない。この方法で期待通りに解像度の向上が得られるか、また領域境界で不整合が発生しないかを調べるのが課題となる。本論文では、プロジェクタの1ピクセル分のPSF(点広がり関数)を最もシンプルなボックス型関数で近似していた。現在市販されているプロジェクタについて言えば、これはかなりよい近似であると考えて

いるが、それでも現実との誤差は存在する。5章の実画像実験において実現された画像を見ると、最適化計算の残差だけでは説明できない目標画像とのずれを確認することができて、これはこのPSFの近似精度が原因であると考えられる。プロジェクタのPSFを決定するのは、第一にプロジェクタのレンズの性能であるが、スクリーンの反射特性も影響を及ぼすと考えられる。これらを精度良く表現するPSFのモデル化ができれば、画像生成のモデルや入力画像の最適計算等の方法はそのまま使用でき、それによって実現画像の画質を向上させられると予想できる。したがって、プロジェクタのPSFをモデル化すること、あるいはこれをキャリブレーションによって求める方法を研究することが課題となろう。

# 謝辞

本研究を進めるにあたり，研究方針や参考資料などに非常に多くの助言及び指導を頂きました，岡谷 貴之 准教授に深く感謝します．岡谷 貴之 准教授には他にも，システム構築時のプログラミング方法や論文の書き方，プレゼンテーション資料の作り方など，多岐に渡ってご教授を頂きました．重ねて感謝します．本当にありがとうございました．

出口 光一郎 教授には，研究用の機材を世話して頂き，また論文やプレゼンテーション資料の作成では数多くの御意見を賜りました．本当にありがとうございました．

本論文の審査において副査として貴重な時間を割いて頂きました，橋本 浩一 教授と田所 諭 教授には貴重な御意見を賜りました．ありがとうございました．

牛田 俊 助教授には機器の使い方やプレゼンテーションの仕方について度々アドバイスを頂きました．ありがとうございました．

また，秘書の加藤 淑子さん，坂根 明美さんには事務手続きなどでお世話になりました．ありがとうございました．

最後に，研究以外においてもお世話になった出口・岡谷研究室の友人達と，多方面で私を支えてくれた友人達に感謝します．ありがとうございました．

## 参考文献

- [1] Y. Chen, D. W. Clark, A. Finkelstein, T. C. Housel, and K. Li. Automatic alignment of high-resolution multi-projector displays using an un-calibrated camera. In *Proc. IEEE Visualization*, 2000.
- [2] R. Raskar. Immersive planar display using roughly aligned projector. In *Proc. IEEE Virtual Reality*, 2000.
- [3] R. Raskar, M. S. Brown, R. Yang, W. C. Chen, G. Welsh, H. Towles, B. Seales, and H. Fuchs. Multi-projector displays using camera-based registration. In *Proc. IEEE Visualization*, 1999.
- [4] R. Raskar, J. van Baar, P. Beardsley, T. Willwacher, S. Rao, and C. Forlines. ilamps: Geometrically aware and self-configuring projectors. In *Proc. ACM Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques(SIGGRAPH)*, 2003.
- [5] J. M. Rehg, M. Flagg, T. J. Cham, R. Sukthankar, and G. Sukthankar. Projected light displays using visual feedback. In *Proc. IEEE International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision(ICCARV)*, 2002.
- [6] T. Okatani and K. Deguchi. Autocalibration of a projector-camera system. *IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 27, No. 12, pp. 1845–1855, 2005.
- [7] T. Okatani and K. Deguchi. Autocalibration of an adhoc construction of multiprojector display systems. In *Proc. IEEE International Workshop of Projector Camera Systems(Procams)*, 2006.
- [8] M. Brown, A. Majumder, and R. Yang. Camera-based calibration techniques for seamless multiprojector displays. *IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 11, No. 2, pp. 193–206, 2005.
- [9] C. Jaynes and D. Ramakrishnan. Super-resolution composition in multi-projector displays. In *Proc. IEEE International Workshop on Projector-Camera Systems(Procams)*, 2003.
- [10] A. Majumder. Is spatial super-resolution feasible using overlapping projectors? In *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 209–212, 2005.
- [11] N. Damera-Venkata and N. L. Chang. On the resolution limits of superimposed projection. In *Proc. IEEE International Conference on Image Processing(ICIP)*, 2007.

- [12] N. Damera-Venkata and N. L. Chang. Realizing super-resolution with superimposed projection. In *Proc. IEEE International Workshop on Projector-Camera Systems(Procams)*, 2007.
- [13] S. Baker and T. Kanade. Limits on super-resolution and how to break them. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence(PAMI)*, Vol. 24, pp. 1167–1183, 2002.
- [14] H. Lin and H. Shum. Fundamental limits of reconstruction-based superresolution algorithms under local translation. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence(PAMI)*, Vol. 26, pp. 83–97, 2004.
- [15] B. K. P. Horn. *Robot Vision*. MIT Press, 1986. ( 邦訳：ロボットビジョン，朝倉書店 (1993) ) .
- [16] M. Oren and S. K. Nayar. Generalization of lambert’s reflectance model. In *Proc. ACM Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques(SIGGRAPH)*, pp. 239–246, 1994.
- [17] 出口光一郎. *ロボットビジョンの基礎*. コロナ社, 2000.
- [18] H. Li and R. Hartley. An easy non-iterative method for correcting lens radial distortion from point correspondences. In *Proc. IEEE Workshop on Omnidirectional Vision(OMNIVIS)*, 2005.
- [19] R. Sukthankar, R. G. Stockton, and M. D. Mullin. Smarter presentations: Exploiting homography in camera-projector systems. In *Proc. IEEE International Conference on Computer Vision(ICCV)*, 2001.
- [20] 石山壘, 坂本静生, 北野昌秀, 童衛青, 田島譲二. 顔用レンジファインダ. 電子情報通信学会技術研究報告 (PRMU), Vol. 99, No. 118, pp. 35–42, 1999.
- [21] N. L. Chang. Creating interactive 3-d media with projector-camera system. In *Proc. International Society for Photo-Optical Instrumentation Engineers(SPIE)*, Vol. 5308, pp. 850–861, 2004.
- [22] 田中文武, 出口光一郎, 岡谷貴之. 汎用プロジェクタを用いる高精度レンジファインダのためのキャリブレーション. 計測自動制御学会東北支部, 第226回研究集会, 226-9, 2005.
- [23] F. Nicodemus. The self-study manual on optical radiation measurements. *National Bureau of Standards(NBS)*, Vol. 910-1 through 910-8, , 1977-1985.

# 付 録 A

## A.1 放射輝度と放射照度の定義

放射輝度・放射照度の定義を述べる．放射輝度とは，光の明るさを測る物理的な量の 1 つである．ある光源から単位時間に空間に放射されるエネルギーの量を放射束と呼ぶ．ただし，光源が放射するエネルギーは一般的に光源からの方向によって変化する．放射束を立体角で微分することにより，ある方向に向けて光源から放射される光線のエネルギーが得られる．これを放射強度と呼ぶ．ただし立体角とは，ある点から空間を見こむ角度の広がり，図 A.1 のように単位球の中心から単位球表面を見たときに，その角度内に含まれる表面積で表した値であり，単位は [sr] である．放射輝度とは，光線方向から見た光源の見かけの面積で放射強度を割った，エネルギーの流量のことを指す．単位は  $[\text{W sr}^{-1} \text{m}^{-2}]$  である．

放射照度も放射輝度と同じく光の明るさを測る物理的な量の 1 つであるが，こちらは平面状の物体に放射された単位面積あたりの放射束を示す．単位は  $[\text{W m}^{-2}]$  である．放射輝度はエネルギーを放射する発光側に用いられ，放射照度はエネルギーを放射される受光側に用いられる．詳しくは [23] を参照されたい．

## A.2 凸図形を射影変換した図形の凸性の証明

ある凸である図形  $C$  に対して，それを射影変換した図形  $\bar{C}$  も凸であることを示す． $\bar{C}$  上の点の座標を  $C$  上の対応する点の座標に変換するホモグラフィ行列を

$$\mathbf{H} \equiv \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

とする． $C$  の内部から任意に取得した 2 点を  $(x_a, y_a)$  ,  $(x_b, y_b)$  とし，それぞれに対応する  $\bar{C}$  の内部の点を  $(\bar{x}_a, \bar{y}_a)$  ,  $(\bar{x}_b, \bar{y}_b)$  とする．また  $(\bar{x}_a, \bar{y}_a)$  と  $(\bar{x}_b, \bar{y}_b)$  を結ぶ線分上の点の座標を  $(\bar{x}_c, \bar{y}_c)$  とする．このとき次式が成り立つ:

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_c \\ \bar{y}_c \\ 1 \end{bmatrix} = \nu \begin{bmatrix} \bar{x}_a \\ \bar{y}_a \\ 1 \end{bmatrix} + (1 - \nu) \begin{bmatrix} \bar{x}_b \\ \bar{y}_b \\ 1 \end{bmatrix} \quad (0 \leq \nu \leq 1). \quad (\text{A.2})$$

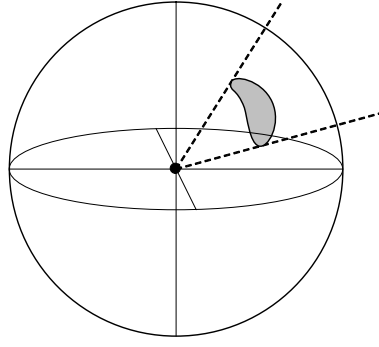


図 A.1: 単位球の中心から単位球表面を見たときに，その角度内に含まれる表面積

$(\bar{x}_c, \bar{y}_c)$  に対応する  $C$  上の点の座標を  $(x_c, y_c)$  とすると次のように表せる:

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{h_{31}\bar{x}_c + h_{32}\bar{y}_c + h_{33}} \mathbf{H} \begin{bmatrix} \bar{x}_c \\ \bar{y}_c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$= \frac{1}{h_{31}\bar{x}_c + h_{32}\bar{y}_c + h_{33}} \mathbf{H} \begin{bmatrix} \bar{x}_a \\ \bar{y}_a \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{h_{31}\bar{x}_c + h_{32}\bar{y}_c + h_{33}} \mathbf{H} \begin{bmatrix} \bar{x}_b \\ \bar{y}_b \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$= \frac{\nu(h_{31}\bar{x}_a + h_{32}\bar{y}_a + h_{33})}{h_{31}\bar{x}_c + h_{32}\bar{y}_c + h_{33}} \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{(1-\nu)(h_{31}\bar{x}_b + h_{32}\bar{y}_b + h_{33})}{h_{31}\bar{x}_c + h_{32}\bar{y}_c + h_{33}} \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$[x_a \ y_a \ 1]$  と  $[x_b \ y_b \ 1]$  の係数の和が 1 となるので， $(x_c, y_c)$  は  $(x_a, y_a)$  と  $(x_b, y_b)$  を結ぶ線分上の点である． $C$  は凸であるため， $(x_c, y_c)$  は  $C$  内部の点ということになる．従って， $(\bar{x}_c, \bar{y}_c)$  も  $\bar{C}$  内部の点であると言える．これらは  $\nu$  の値に関わらず成り立つため， $\bar{C}$  の内部から任意に選んだ 2 点を結ぶ線分が  $\bar{C}$  に内包されることになる．定義が満たされたことにより， $\bar{C}$  が凸であることが示された．

### A.3 凸図形同士の共通部分の凸性の証明

2 つの凸図形  $C_1, C_2$  の共通部分を  $C_3$  とし， $C_3$  が凸であることを証明する． $C_3$  の内部から任意の 2 点を選ぶと，それらは必ず  $C_1$  の内部の点であり， $C_2$  の内部の点でもある．選んだ 2 点を結ぶ線分は， $C_1$  が凸であるため  $C_1$  に内包され，また  $C_2$  も凸であるため  $C_2$  にも内包される． $C_1$  にも  $C_2$  にも内包されているため，この線分は  $C_3$  に内包されている．こうして，凸である図形同士の共通部分が凸であることが示された．